فصلنامه صنعت بیمه/سال بیست و یکم/شماره ۲/تابستان ۱۳۸۵/شماره مسلسل ۸۲/صفحات ۳۳ تا ۵۰

معرفی دو روش برآورد ذخیره خسارت‌های واقع شده ولی گزارش نشده

بیتا جانفشان[۱]

چکیده

یکی از امور شرکت‌های بیمه محاسبه تعهدات معوق کلیه خسارت‌های واقع شده است. به عبارت دیگر بیمه‌گران در پایان سال مالی ذخیره‌ای برای خسارت‌های واقع شده در نظر می گیرند که به آنها ذخایر فنی می‌گویند و انواع مختلفی دارد. یکی از انواع این ذخایر، ذخیره خسارت‌های واقع شده ولی گزارش نشده[۲] است. تعیین این ذخایر با روش‌های گوناگونی امکان‌پذیر است که در این مقاله به ذکر دو روش می‌پردازیم. یکی از این روش‌ها روش نردبان زنجیره‌ای[۳] است که در حوزه این ذخایر روش مشهوری است و به‌دلیل سادگی محاسبات اهمیت خاصی دارد اما دقت زیادی ندارد. روش دیگر که با استفاده از تکنیک‌های آماری انجام می‌گیرد مدل رگرسیون لگاریتم خطی[۴] است که دقت بیشتری از روش اول دارد. در نهایت این دو روش با مثال عددی شرح داده شده و مقایسه‌ای روی نتایج به‌دست آمده از دو روش صورت گرفته است.

واژگان کلیدی

ذخیره IBNR، مثلث تاخیر، سال صدور و سال تاخیر، روش نردبان زنجیره‌ای، ضرایب تاخیر، مدل لگاریتم خطی و ماتریس طرح

۱.کارشناس ارشد اکچوئری دانشگاه شهید بهشتی

2.Incurred But Not Reported
3.Chain Ladder
4.Log Linear Regression

مقدمه

بیمه‌گر همیشه مبالغی در اختیار دارد که مربوط به تعهدات آینده است؛ این مبالغ را ذخایر فنی می‌گویند. بیمه‌گر در پایان سال مالی در هنگام بستن حساب‌ها ذخایر فنی را باید محاسبه و نگهداری کند. انواع ذخایر فنی که موسسات بیمه موظف به تعیین و نگهداری آنها هستند زیاد است (مانند ذخیره حق بیمه، ذخیره مشارکت در سود و غیره). الگوی فرایند پرداخت خسارت به صورت زیر است:

وقوع خسارت ← گزارش خسارت ← پرداخت خسارت ← اختتام پرونده خسارت

در برخی از رشته‌های بیمه، پرداخت خسارت ممکن است پس از گذشت زمان زیادی از وقوع خسارت صورت گیرد.

امکان آن وجود دارد که وقوع خسارت پس از پایان سال صدور بیمه‌نامه صورت گیرد اما خسارت به این سال نسبت داده می‌شود. بنابراین بیمه‌گران باید ذخایر کافی برای پوشش پرداخت‌های آتی خود جهت خسارت‌های "گزارش شده اما پرداخت نشده" و " واقع شده ولی گزارش نشده" در نظر بگیرند.

در این وضعیت بیمه‌گر نمی‌داند که مبلغ دقیق مجموع خسارت‌های مربوط به بیمه‌نامه‌های صادر شده در سال مبدا چه میزان است. تعیین میزان این تعهدات یکی از مولفه‌های کلیدی برای تعیین هزینه‌ها می‌باشد و گاهی متجاوز از ذخیره‌هایی است که محاسبه شده است. برخی از دلایلی که بیمه‌گران درپایان‌سال مالی برای خسارت‌هایی که از آنها اطلاع ندارند ذخیره در نظر می‌گیرند عبارت است از:

- خسارت در روزهای پایانی سال اتفاق افتاده و بیمه‌گذار فرصت نکرده است که به بیمه‌گر اعلام کند.
- بیمه‌گذار از تحت پوشش بیمه‌ای بودن خسارت اطمینان ندارد.
- بیمه‌گذار از تحقق خطر منجر به خسارت بی‌خبر است.
- بیمه‌گذار نمی‌تواند به بیمه‌گر اطلاع دهد.

در این میان بخشی از ذخایر فنی مربوط به خسارت‌هایی است که واقع شده ولی گزارش نشده است این ذخایر موسوم به ذخایر IBNR اند. برای محاسبه این ذخایر ابتدا باید برخی از مفاهیم و اصطلاحات اولیه مربوط به آن را معرفی کرد:

سال مبدا[5]: سال صدور بیمه‌نامه.

سال تأخیر[6]: تعداد سال‌هایی که تا پرداخت خسارت تأخیر به وجود می‌آید(به جای سال تأخیر از ماه تأخیر نیز می‌توان استفاده کرد).

مثلث تأخیر[7]: نمایش داده‌های مربوط به خسارت پرداخت شده بر حسب سال مبدا و سال تاخیر فرم مثلثی شکلی را ایجاد می‌کند که به آن مثلث تاخیر گویند. بخش پایینی این مثلث مربوط به پرداخت‌های آتی است و باید برآورد شود. اعداد موجود در هر سطر این مثلث نمایانگر خسارت پرداخت شده هر سال تأخیر است. در مثلث تاخیر به جای خسارات پرداخت شده می‌توان از خسارت‌های پرداخت شده تجمعی در هر سطر استفاده کرد. همان‌طور که اشاره شد روش‌های متنوعی برای محاسبه این ذخایر وجود دارد که در این مقاله به معرفی دو روش نردبان زنجیره‌ای (CL) و روش لگاریتم خطی می‌پردازیم:

روش نردبان زنجیره‌ای (CL)

روش مورد استفاده در این قسمت یکی از کاراترین روش‌هاست هرچند ممکن است عیوب ریاضی مربوط به خود را داشته باشد و گاهی برآوردهایی با انحراف معیار بالا تولید کند اما ساده ترین و عملی ترین روش محسوب می‌شود. فرضیه اساسی در این

5.Accident year
6.Development year
7.Run-off triangle

روش این است که ستون‌ها در مثلث تاخیر متناسب هستند و بنابراین نسبت موارد اعلام خسارت که به صورت سالانه تصفیه می شوند مستقل از سال صدور بیمه نامه است.

ضرایب تاخیر[8] مربوط به هر سال را از تقسیم عدد مربوط به همان سال بر عدد قبل از آن در همان ردیف به دست می‌آوریم. باید متذکر شد که در این روش از جداول خسارت‌های تجمعی استفاده می‌شود، سپس در هرستون می‌توان از بزرگ‌ترین ضریب یا از میانگین ضرایب محاسبه شده، ضریب‌های تاخیر را به دست آورد. ترجیح داده می‌شود که محاسبه ضرایب تاخیر نیز برای خسارت‌های پرداختی تجمعی صورت گیرد زیرا ایستایی بیشتری دارد.

آرایه مربعی X از کمیت‌های تصادفی $X(i,j)\geq 0$ که $i = 0,1,\ldots,I$ و $j = 0,1,\ldots,I$ را به صورت زیر در نظر بگیرید. مجموع ستون‌ها را به صورت زیر نمایش می دهیم:

$$C(i,j)=\sum_{g=0}^{i} X(g,j) \qquad (1)$$

به علاوه نمادهایی برای جمع کل روی همه مقادیر X(i,j) معرفی می‌کنیم:

(۲)

$$T(i,j)=\sum_{g=0}^{i}\sum_{h=0}^{j} X(g,h) = \sum_{h=0}^{j} C(i,h).$$

در چارچوب برآورد ذخیره این قبیل خسارت‌ها، i نمایانگر سال صدور بیمه‌نامه و j نمایانگر سال‌های تاخیر در گزارش آن است و داده‌های موجود شامل مشاهداتی روی مثلث تاخیر Δ از X ها است:

8.Development Factor

$$\Delta = \left\{ X\left(i, j\right), i = 0, 1, ..., I; j = 0, 1, ..., I - i \right\}$$

در زمینه ذخیره خسارت ، Δ نمایـانگر خسارت‌های پرداختی موجود در مثلث تاخیر است. مسئله اصلی برآورد مثلث پایینی نمودار به شرط اطلاع از Δ است. ضرایب تاخیر را با توجه به حدود i و j که برای معرفی Δ آمده است به صورت زیر تعریف می کنیم:

(۳)

$$\hat{v}(j) = \frac{\sum_{i=0}^{I-j-1} C(i, j+1)}{\sum_{i=0}^{I-j-1} C(i, j)}$$

و

$$\hat{R}\left(i, I\right) = R\left(i, I - i\right) \prod_{k=I-i}^{I-1} \hat{v}\left(k\right)$$

(۴)

مقدار $\hat{R}\left(i, I\right)$ محاسبه شده در این قسمت برآورد CL ، $\hat{R}\left(i, I\right)$ است بنابراین برای داده‌های خسارت‌های پرداختی در مثلث تاخیر زیر می‌توان برآورد ذخیره IBNR را با روش CL به دست آورد:

جدول ۱. مثلث تاخیر خسارت‌های تجمعی (اعداد داخل پرانتز تشکیل تاخیر خسارت‌ها را می‌دهند)

حق‌بیمه‌های عایدشده‌خالص از کارمزد	سال مبدا	گزارش اول ۰	گزارش دوم ۱	گزارش سوم ۲	گزارش چهارم ۳	گزارش پنجم ۴	گزارش ششم ۵
۵۰۰۰	۱۹۶۶	۲۵۰۰	۶۱۵۰ (۳۶۵۰)	۱۰۳۵۰ (۴۲۰۰)	۱۴۶۷۵ (۴۳۲۵)	۱۹۰۱۰ (۴۳۳۵)	۲۳۳۴۰ (۴۳۳۰)
۵۵۰۰	۱۹۶۷	۲۱۵۰	۵۳۷۵ (۳۲۲۵)	۹۱۵۰ (۳۷۷۵)	۱۳۱۱۵ (۳۹۶۵)	۱۷۰۷۵ (۴۵۹۰)	
۶۰۰۰	۱۹۶۸	۳۲۵۰	۷۷۵۰ (۴۵۰۰)	۱۲۸۰۰ (۵۰۵۰)	۱۷۹۵۰ (۵۱۵۰)		
۷۰۰۰	۱۹۶۹	۳۷۰۰	۸۹۰۰ (۵۲۰۰)	۱۴۶۷۵ (۵۷۷۵)			
۷۵۰۰	۱۹۷۰	۳۳۰۰	۸۱۰۰ (۴۸۰۰)				
۸۰۰۰	۱۹۷۱	۴۲۵۰					

ضرایب تاخیر به صورت زیر به دست می‌آیند:

$$\hat{v}(0) = \frac{6150 + 5375 + 7750 + 8900 + 8100}{2500 + 2150 + 3250 + 3700 + 3300} = 2.43$$

$$\hat{v}(1) = \frac{10350 + 9150 + 12800 + 14675}{6150 + 5375 + 7750 + 8900} = 1.66$$

$$\hat{v}(2) = \frac{14675 + 13115 + 17950}{10350 + 9150 + 12800} = 1.42$$

$$\hat{v}(3) = \frac{19010 + 17075}{14675 + 13115} = 1.3$$

$$\hat{v}(4) = \frac{23340}{19010} = 1.23$$

بنابراین ضرایب تاخیر عبارت‌اند از :

جدول ۲. ضرایب تاخیر جدول ۱

سال تاخیر	۱	۲	۳	۴	۵
ضریب تاخیر	۲/۴۳	۱/۶۶	۱/۴۲	۱/۳	۱/۲۳

با توجه به ضرایب تاخیر فوق، پرداخت‌های تجمعی برآورد شده و برآورد پرداخت‌های مربوط به هر سال تاخیر به صورت غیر تجمعی (اعداد موجود در پرانتز) برای قسمت پایینی مثلث عبارت است از:

جدول ۳. برآورد خسارت‌های تجمعی و غیر تجمعی بخش پایینی مثلث تاخیر

	۰	۱	۲	۳	۴	۵
۱۹۶۶						
						۲۱۰۰۰۲/۲۵
۱۹۶۷						(۳۹۲۷/۲۵)
					۲۳۳۳۵	۲۸۷۰۲/۰۵
۱۹۶۸					(۵۳۸۵)	(۵۳۶۷/۰۵)
				۲۰۸۳۸/۵	۲۷۰۹۰/۰۵	۳۲۳۲۰/۷۶
۱۹۶۹				(۶۱۶۳/۵)	(۶۲۵۱/۵)	(۶۲۳۰/۷)
			۱۳۴۴۶	۱۹۰۹۳/۳۲	۲۴۸۲۱/۳	۳۰۵۳۰/۲
۱۹۷۰			(۵۳۴۶)	(۵۶۴۷/۳)	(۵۷۲۷/۹۸)	(۵۷۰۸/۹)
		۱۰۳۲۷/۵	۱۷۱۴۳/۶۵	۲۴۳۴۳/۹۸	۳۱۶۴۷/۲	۳۸۹۲۶
۱۹۷۱		(۶۰۷۷/۵)	(۶۸۱۶/۱۵	(۷۲۰۰/۳۳)	(۷۳۰۳/۲۲)	(۷۲۷۸/۸)

در نتیجه میزان ذخیره IBNR که از این روش به دست می‌آید، برای سال‌های صدور مختلف برابر است با :

ستون	میزان ذخیره IBNR
۲	۳۹۲۷/۲
۳	۱۰۷۵۲/۰۵
۴	۱۸۶۴۵/۷
۵	۲۲۴۳۰/۲
۶	۳۴۶۷۶/۳
	۹۰۴۳۱/۵

باید بررسی شود که آیا روش برآورد منطقی است یا خیر، بنابراین خسارت‌های پرداختی واقعی موجود در قسمت بالایی مثلث تاخیر را با برآورد آنها که با به کار گرفتن ضرایب تاخیر به دست می‌آیند، مقایسه کرده و خطای به دست آمـــده را نیز محاسبه می‌کنیم نتایج حاصله در جدول ۵ آمده است.

برآورد اریبی *CL*

الف) نموهای وابسته[9]:روش برآورد CL در بخش قبل به صورت فرمول مطرح شد اما هیچ مدلی برای X(i,j)ها هنوز مشخص نشده است. واضح است که خواص برآورد CL به مدل X(i,j) بستگی خواهد داشت. در این قسمت مدل X(i,j) را مورد مطالعه قرار می‌دهیم که این مدل به وسیله فرضیاتی ارائه می‌شود.

فرض ۱

$$E\left[R(i,j+1) \mid X(i,0),X(i,1),\ldots,X(i,j)\right]=\nu(j)R(i,j)$$

(۱-۱-۱)

9 .Dependent increments

فرض ۲

$X(i_1,j_1)$ و $X(i_2,j_2)$ برای $i_1 \neq i_2$ تصادفی و مستقل می باشند.

تذکر ۱

از فرضیات ۱ و ۲ نتیجه می شود که

$$E\left[R(i,j+1)\,|\,\Delta\right] = \nu(j)\,R(i,j)$$

(۶) .

برای هر $j \geq I-i$ (یعنی j های مربوط به آینده)

با استفاده از $R(i,j+1) = R(i,j) + X(i,j+1)$ و فرمول فوق می توان نوشت:

$$E\left[X(i,j+1)\,|\,\Delta\right] = \left[\nu(j)-1\right]R(i,j)$$

(۷)

از فرمول فوق بدیهی است که $R(i,j)$ و $X(i,j+1)$ مستقل نیستند تحت فرضیات ۱و۲ $X(i,j)$ ها لزوما برای i ثابت مستقل نیستند.

قضیه ۱. تحت فرضیات ۱ و ۲

۱) $\hat{\nu}(j)$ برآوردکننده نااریب $\nu(j)$ برای $j = 0,1,\ldots,I-1$ است.

۲) برآورد CL، $\hat{R}(i,I)$ ، برآورد کننده نااریب $E\left[R(i,I)\,|\,\Delta\right]$ برای $i = 0,1,\ldots,I$ است.(اثبات Mack1993)

ساده تر است که رابطهٔ (۶) را به صورت زیر بنویسیم :

$$E\left[R(i,j+1)/R(i,j)\,|\,\Delta\right] = \nu(j)$$

(۷)

ب) نموهای مستقل[10]:در این حالت به جای فرضیات ۱و۲ فرضیات ۱a و ۲a و ۳ را به شکل زیر داریم:

فرض ۱a

$$E\left[R(i,j+1)\right]/E\left[R(i,j)\right]=\eta(j)$$

(۸)

فرض ۲a

$X(i_1,j_1)$ و $X(i_2,j_2)$ به طورتصادفی برای $(i_1,j_1)\neq(i_2,j_2)$ مستقل‌اند. مجموعه

$$D_i=\left\{(g,h):g\le I-k-1,h\le k+1,\quad k=I-i,\dots,I-1\right\}$$

را تعریف می کنیم.

فرض ۳

$T(g,h)>0$ برای $(g,h)\in D_i$

درفرض ۱a واضح است که $E\left[R(i,j)\right]\neq 0$ با فرض غیرمنفی بودن $X(i,j)$ ها، $E\left[R(i,j)\right]>0$ برای هر i,j.

تذکر ۲

مقایسه (۸) و (۷) نشان می‌دهد که $\nu(j)$ و $\eta(j)$ کمیت‌های متفاوت (برای j ثابت) هستند زیرا:

$$E\left[R(i,j+1)/R(i,j)\right]\neq E\left[R(i,j+1)\right]/E\left[R(i,j)\right]$$

(۹)

10.Independent increment

با به کارگرفتن فرض ۳ در رابطهٔ (۳)، تمامی $\hat{v}(k)$ های ظاهر شده در رابطهٔ (۴) اکیدا مثبت تعریف می شوند.

اگر برای هر $i = 0,1,\ldots,I$ و $j = 0,1,\ldots,I-1$ داریم $a(i),b(j)>0$ آن گاه فرض کنید که :

$$\log X(i,j) = \log a(i) + \log b(j) + \varepsilon(i,j)$$

(۱۰)

که در آن $\varepsilon(i,j)$ ها دارای توزیع نرمال با میانگین صفر و واریانس σ^2 است.

فرض کنید که داده‌های مثلث تاخیر Δ موجود است و فرض کنید که $\hat{\theta}$ نمایانگر برآورد ذخایر IBNR است:

$$\hat{\theta} = \sum_{i=1}^{I} \sum_{j=I-i+1}^{I} \hat{\theta}(i,j)$$

که $\hat{\theta}(i,j)$ برآورد کننده X(i,j) هاست.

برآورد حداکثر درستنمایی پارامترها در رابطهٔ (۱۰) به دلیل نرمال بودن خطاها به وسیله رگرسیون به دست می‌آید. برآورد MLE (حداکثر درستنمایی)، σ^2 به شکل $\hat{\sigma}^2=SSE/n$ است که SSE مجموع مجذورات مانده‌هاست و n تعداد داده‌ها یعنی $(I+1)(I+2)/2$ است. این برآورد کننده اریب و فرم نااریب آن $\tilde{\sigma}^2=SSE/(n-p)$ است که p تعداد پارامترهای رابطهٔ(۱۰) است.

دوری[11] تعدادی از برآورد کننده‌های IBNR را مطالعه کرده است که $\hat{\theta}_U$ برآوردگر نااریب با واریانس به طور یکنواخت مینیمم (UMVUE) و $\hat{\theta}_V$ برآورد MLE اصلاح شده است که در آن $\hat{\sigma}^2$ توسط $\tilde{\sigma}^2$ جایگزین می‌شود.

---

11. Doray, L.G.

قضیه ۲ (دوری).فرض کنید که X(i,j) به صورت لگاریتم نرمال توزیع شده است، بر طبق رابطهٔ (۱۰) با $\varepsilon(i,j)$ های تصادفی مستقل و با فرض برقراری فرضیات 1a و 2a داریم:

$$\hat{\theta}_U < \hat{\theta}_V$$

(۱۱)

$$E\left[\hat{\theta}_U\right] < E\left[\hat{\theta}_V\right]$$

(۱۲)

که نشان دهنده این است که برای حالت لگاریتم نرمال $\hat{\theta}_V$ که تقریبی از برآورد حداکثر درستنمایی است، به صورت بیش برآورد اریب[12] است.

این نتیجه سئوالی را ایجاد می نماید که آیا برآورد CL عموما به صورت بیش برآورد اریب است.

قضیه۳. تحت فرضیات 1a، 2a و ۳ اینکه X(g,h) حداقل برای یک $(g,h) \in D_I$ تباهیده[13] نباشد، برآورد CL، $\hat{R}(i,I)$ به عنوان برآوردی از $E[R(i,I)]$ به این دلیل که

$$E\left[\hat{R}(i,I)\right] > E\left[R(i,I)\right]$$

(۱۳)

به صورت بیش برآورد اریب می باشد (اثبات قضیه در تیلور ۲۰۰۲).

این قضیه نشان می دهد که تحت بسیاری از شرایط عمومی آزاد توزیع برآورد CL به صورت بیش برآورد اریب است.

12. Biased upward
13. Degenerate

مدل لگاریتم خطی

با استفاده از داده‌های موجود در قسمت بالای مثلث تاخیر، قرار می دهیم X_{ij} خسارت‌ها در سال صدور بیمه نامه i و سال تاخیر j.

تعریف می کنیم $Y_{ij}=\log(X_{ij})$ آن گاه مدل خطی با فرم زیر را می‌توان نوشت:

$$Y_{ij}=Z_{ij}\beta+e_{ij}$$

(۱۴)

که β بردار پارامترها و Z_{ij} سطری از ماتریس طرح [۱۴] و e_{ij} خطا با میانگین صفر است و معمولا فرض می شود که e_{ij} ها مستقل و دارای توزیع نرمال با واریانس σ^2 هستند.

اگر مثلث تاخیر Δ را با جایگزینی Y_{ij} به جای X_{ij} به صورت یک بردار نمایش دهیم، مدل را می توان به صورت زیر نوشت:

$$Y=Z\beta+e$$

(۱۵)

برآورد پارامترها با استفاده از روش های حداکثر درستنمایی یا حداقل مربعات به دست می آید و پاسخ عبارت زیر است:

$$Z^TZ\hat{\beta}=Z^Ty$$

(۱۶)

با فرض نرمال بودن e_{ij}ها، برآورد حداکثر درستنمایی مقدار مورد انتظار X_{ij}ها، یعنی θ_{ij} به وسیله جایگذاری مستقیم زیر به دست می آید:

$$\hat{\theta}_{ij}=e^{Z_{ij}\hat{\beta}+\frac{\hat{\sigma}^2}{2}} \qquad (۱۷)$$

14.Design matrix

که از مدل CL با فرم $Y_{ij}=\mu+\alpha_i+\beta_j+e_{ij}$ که در آن μ میانگین کل، α_i اثر سال مبدا و β_j اثر سال تاخیر است (به‌دلایل فنی $\alpha_1=\beta_1=0$) استفاده می‌شود.

مدل‌های دیگر که در فرم لگاریتم خطی می‌توان استفاده کرد شامل منحنی گاما تاخیرها و دنباله نمایی است. با به کارگرفتن ماتریس طرح مناسب و لگاریتم داده‌های جدول ۱ مدل رگرسیون لگاریتم خطی برازش داده می شود و برآورد پارامترهای مدل به صورت زیر است:

جدول ۴. برآورد پارامترهای مدل لگاریتم خطی

پارامتر اثر سال صدور	α_2	α_3	α_4	α_5	α_6
براوورد	-۰/۴۹	۰/۰۹	۰/۱۵۵	۰/۱۱۸	۰/۲۲۶
پارامتر اثر سال تاخیر	β_2	β_3	β_4	β_5	β_6
برآورد	۰/۱۵۸	۰/۲۱۴	۰/۲۳۲	۰/۲۳۹	۰/۲۳۴

برآورد پارامتر μ برابر با ۳/۴ و برآورد واریانس خطاهای مدل برابر با ۰/۰۰۰۲ است. برای برآورد نیمه پایینی مثلث تاخیر ماتریس طرح آن را تشکیل و در مدل با پارامترهای فوق قرار داده‌ایم که با استفاده از رابطهٔ(۷) نتایج زیر به دست آمده است:

میزان ذخیره IBNR	ستون
۱۴۰۳/۱	۲
۱۰۷۵۵/۷	۳
۱۸۶۳۰/۸	۴
۲۲۵۴۲/۹	۵
۳۵۰۳۲/۴	۶
۸۸۳۶۴/۹	

با مقایسه نتایج به دست آمده برای سال‌های مختلف در روش CL و لگاریتم خطی مشاهده می‌شود که در بیشتر سال‌ها نتایج تقریبا مشابه یکدیگر و عمده تفاوت مربوط به سطر دوم (سال ۱۹۶۷) است، اما ذخیره IBNR محاسبه شده از هر دو روش مقادیری نزدیک به یکدیگرند. دو روش را بر داده های مشاهده شده در قسمت بالایی مثلث تاخیر برازش می‌دهیم و خطاهای ناشی از آن را به دست می آوریم (جدول ۵).

جدول۵. مقادیر برازش داده شده و خطاهای مربوط به هر دو روش لگاریتم خطی و CL روی خسارت‌های پرداختی

خطاهای روش لگاریتم خطی	مقدار برازش داده شده با روش لگاریتم خطی	خطای روش CL	مقدار برازش داده شده با روش CL	داده های واقعی
-۲۷/۵۸	۲۵۲۷/۶	۰	۲۵۰۰	۲۵۰۰
۹/۵	۳۶۴۰/۵	۷۵	۳۵۷۵	۳۶۵۰
۶۱/۲	۴۱۳۸/۸	۱۹۰/۵	۴۰۰۹/۵	۴۲۰۰
۱۴/۷	۴۳۱۰/۳	۸۹/۵	۴۲۳۵/۵	۴۳۲۵
-۴۷/۳	۴۳۸۲/۳	۳۹	۴۲۹۶	۴۳۳۵
-۱	۴۳۳۱	۴۸/۳	۴۲۸۱/۷	۴۳۳۰
-۱۱۰/۴	۲۲۶۰/۴	۰	۲۱۵۰	۲۱۵۰
-۳۰/۶	۳۲۵۵/۶	۱۵۰/۵	۳۰۷۴/۵	۳۲۲۵
۷۳/۸	۳۷۰۱/۲	۳۲۶/۸	۳۴۴۸/۲	۳۷۷۵
۱۱۰/۴	۳۸۵۴/۶	۳۲۲/۵	۳۶۴۲/۵	۳۹۶۵
۴۱	۳۹۱۹/۰۳	۲۶۵/۴	۳۶۹۴/۶	۳۹۶۰
۱۳۰/۸	۳۱۱۹/۲	۰	۳۲۵۰	۳۲۵۰
۷/۴	۴۴۹۲/۶	-۱۴۷/۵	۴۶۴۷/۵	۴۵۰۰
-۵۷/۵	۵۱۰۷/۵	-۱۶۲/۳	۵۲۱۲/۳	۵۰۵۰
-۱۶۹/۲	۵۳۱۹/۲	-۳۶۵/۱	۵۶۰۶/۱	۵۱۵۰
۸۷/۵	۳۶۱۲/۵	۰	۳۷۰۰	۳۷۰۰
-۳/۲	۵۲۰۳/۲	-۹۱	۵۲۹۱	۵۲۰۰
-۱۴۰/۳	۵۹۱۵/۳	-۱۵۹/۱	۵۹۳۴/۱	۵۷۷۵
-۱۷	۳۳۱۷/۰۱	۰	۳۳۰۰	۳۳۰۰
۲۲/۴	۴۷۷۷/۶	۸۱	۴۷۱۹	۴۸۰۰
-۰/۹۸	۴۲۵۰/۹۸	۰	۴۲۵۰	۴۲۵۰

نتیجه‌گیری و پیشنهادها

روش لگاریتم خطی معرفی شده می تواند شیوه موثر و کارامدی برای محاسبه ذخایر IBNR محسوب شود به شرط آن که پس از برازش مدل، مانده‌ها و مقادیر برازش داده شده به طور کامل بررسی شود، به ویژه اثر داده‌های پرت باید مورد مطالعه قرار گیرد تا در صورت لزوم ترتیبات لازم مربوط به آن اتخاذ شود.

مثال عددی انجام گرفته در این قسمت به مقایسه شباهت‌های نتایج دو روش فوق پرداخته است. باید خاطر نشان شود که روش CL نتایج لزوما صحیح و دقیق و به تعبیری دیگر نتایجی با خواص مطلوب آماری را تولید نمی‌کند و صرفا به دلیل سادگی محاسبات مورد توجه قرار می‌گیرد. روش‌های دیگری برای محاسبه ذخایر IBNR وجود دارد. استفاده از سری‌های زمانی و به کارگرفتن خسارت‌های مورد انتظار و ضرایب توسعه خسارت، نمونه‌هایی از این روش‌ها هستند. با توجه به این که روش‌های مختلف یافتن این گونه ذخایر معمولا به چگونگی داده‌ها و نوع بیمه بستگی دارد، تفکیک حالت‌های مختلف و تعیین مناسب و بهینه برای هر حالت می‌تواند موضوع تحقیقات آتی قرار گیرد.

در مطالعات بعدی می‌توان از عوامل تورم و درجه قرار گرفتن در معرض خطر نیز برای استاندارد کردن داده ها استفاده کرد.

منابع

۱. کریمی، آیت. (۱۳۸۱)، کلیات بیمه، تهران، بیمه مرکزی ایران.

2. Bai, Y., Baragar, C., Olandese, A., Singh, N., Sunesara, R.(2005) Estimating loss reserves for dental claim. Work for Michigan State University.

3. Doray, L.G.(1997). A semi – parmetric predictor of the IBNR reserve. Astin Bulletin, vol 27, No 1,113-116.

4. Jimenez-Huerta, D.(2004-2005). Reserving methods: Run-off triangles. Actuarial science.

5. Mack, T. (1993). Distribution –free calculation of the standard error of chain ladder reserve estimates. Astin Bulletin, 23,213-221.
6. Taylor, G.(2002). Chain ladder Bias. The university of Melbourne, Australia.
7. Verral, R.J.(1993). Negative Incremental claims: chain ladder and linear models. The city University, London.