فصلنامه علمی اقتصاد و مدیریت شهری، ۱۱(۳(پیاپی ۴۳))، ۱۶-۱
www.iueam.ir
نمایه در ISC، EconLit، Econbiz، EBZ، GateWay-Bayern، SID، Google Scholar، Noormags، Magiran، Ensani، RICeST، Civilica
شاپا: ۲۳۴۵-۲۸۷۰

فصلنامه علمی
اقتصاد و مدیریت شهری

انتخاب سبد سهام اقتصادی و بهینه برابری ریسک بر مبنای امید چندکی

سید جواد پورحسینی دانشجوی دکتری مدیریت صنعتی گرایش مالی، واحد دهاقان، دانشگاه آزاد اسلامی، دهاقان، ایران
سید محمدرضا داودی* استادیار گروه مدیریت، واحد دهاقان، دانشگاه آزاد اسلامی، دهاقان، ایران
منصور مؤمنی استاد گروه مدیریت، دانشگاه تهران، تهران، ایران

نوع مقاله: پژوهشی
دریافت: ۱۴۰۱/۰۷/۰۸ **پذیرش:** ۱۴۰۱/۱۰/۱۰

چکیده: ارزش در معرض ریسک شرطی، یکی از معیارهای سنجش ریسک در مالی است که بر اساس امید ریاضی مقادیر دم پایینی توزیع بازده یک سبد دارایی تعریف می‌شود. از این رو، این معیار نسبت به سایر معیارهای ریسک محافظه‌کارانه‌تر است. امید چندکی یک توسیع طبیعی از ارزش در معرض ریسک شرطی است که میزان محافظه‌کاری این معیار را به لحاظ مقادیر خارج از دم پایینی می‌کاهد و بنابراین به شکل کلی تابع توزیع بازده وابسته است. هدف پژوهش حاضر بررسی عملکرد مدل برابری ریسک با معیار امید چندکی در بورس اوراق بهادار تهران و مقایسه آن با دو مدل برابری ریسک معمولی و هم‌وزن است. برابری ریسک یکی از مدل‌های انتخاب سبد سهام است که پس از بحران مالی آمریکا در سال ۲۰۰۸ مورد توجه بسیار قرار گرفته است. فلسفه این مدل، اختصاص تا حد یکسان ریسک سبد بین دارایی‌های تشکیل‌دهنده آن است. سبد سهام نمونه‌ای پژوهش متشکل از ۸ صنعت از بورس اوراق بهادار تهران در بازه زمانی ۱۳۹۰ تا ۱۴۰۰ نشان می‌دهد که سبد پژوهش در معیارهای نسبت شارپ، نسبت کالمار و بیشترین افت سرمایه ریال دارای عملکرد بهتری نسبت به مدل برابری ریسک معمولی (بر پایه انحراف معیار) و مدل برابری وزن (هم‌وزن) دارد. از این رو، به سرمایه‌گذاران ریسک‌گریز پیشنهاد می‌شود تا از این مدل انتخاب سبد سهام استفاده کنند.

واژگان کلیدی: امید چندکی، سبد برابری ریسک، قضیه اویلر، تابع همگن

* نویسنده مسئول: smrdavoodi@ut.ac.ir

۱- مقدمه

انتخاب سبد سهام بهینه یکی از چالش‌های عمده در بازارهای مالی از منظر نظری و عملی است. مدل‌های انتخاب سبد سهام به اهداف سرمایه‌گذاری، نحوه تعریف و برآورد پارامترها، محدودیت‌های محیط تصمیم‌گیری، افق زمانی سرمایه‌گذاری، میزان ریسک‌پذیری و... وابسته است. در میان روش‌های انتخاب سبد سهام، دو کلمه بازده موردانتظار و ریسک سبد نقش کلیدی دارند. به عبارت دیگر، سؤال اساسی این است که از یک سبد سهام، انتظار چه میزان بازده را ضمن تحمل چه میزان ریسک می‌توان داشت. انتخاب معیارهای مختلف برای برآورد بازده و ریسک به مفهوم یک رویکرد متفاوت در بهینه‌سازی سبد سهام است. معیارهای مختلفی برای سنجش ریسک در مالی مطرح شده که هر کدام دارای مزایا و معایب خاص خود هستند. یکی از معیارهایی که با هدف کاستن از معایب سنجه‌های متداول و محبوب ارزش در معرض خطر و ریزش موردانتظار (ارزش در معرض ریسک شرطی) معرفی شده، امید چندکی[1] است که در پژوهش حاضر مورد استفاده قرار می‌گیرد.

سبد سهام مارکویتز[2] به عنوان اولین نگرش علمی به مقوله انتخاب و بهینه‌سازی سبد سهام در جست‌وجوی یک سبد سهام کارا یا کارآمد است. در این رویکرد، سرمایه‌گذار دارای حداقل بازده مورد انتظار است که سبد سهام باید آن را تأمین کند. سبد بهینه مارکویتز از بین تمام سبدهایی که این قابلیت را دارند به دنبال سبدی با کمترین ریسک است. بازده سبد سهام ترکیب خطی از بازده‌های دارایی‌های تشکیل‌دهنده آن است. از این رو، بازده سبد به شدت به تحقق بازده‌های مورد انتظار وابسته است و انحراف از این تحقق می‌تواند سبد را با تغییرات شدید و غیرمنتظره‌ای روبه‌رو کند. این وضعیت زمانی بدتر می‌شود که در فرایند بهینه‌سازی و برای تحقق بازده مورد انتظار سبد، بخش عمده‌ای از وزن سبد را روی یک یا چند دارایی محدود قرار دارد. در این صورت انحراف دارایی مورد نظر و ریزش شدید آن می‌تواند خسارت و ضرر فراوانی را متوجه سبد سهام کند. برای مقابله با چنین وضعیتی، نظریه‌هایی از سبد سهام رشد اجرایی شده‌اند که تخصیص وزن را تنها با در نظر گرفتن ریسک دارایی‌ها انجام می‌دهند که یکی از این رویکردها، سبد برابری ریسک[3] است که همانطور که نام آن نشان می‌دهد به دنبال یکسان‌سازی سهم ریسک دارایی‌ها از ریسک کل سبد است.

پژوهش حاضر به دنبال بررسی عملکرد مدل سبد سهام با رویکرد برابری ریسک و با در نظر گرفتن معیار سنجش امید چندکی در بورس اوراق بهادار تهران و در معیارهای مختلف سودآوری است.

۲- پیشینه پژوهش

الف) پژوهش‌های خارجی

چوی[4] و همکاران (۲۰۲۱) به طور تجربی استراتژی‌های برابری پاداش- ریسک را آزمایش کردند و عملکرد آن‌ها را با یک سبد ریسک هم وزن مقایسه کردند. این استراتژی‌ها مبتنی بر نسبت شارپ، نسبت کالمار و نسبت استار [5] هستند. در این مدل‌ها سعی بر متناسب‌سازی سهم ریسک هر دارایی در سبد سهام بهینه متناسب با معیار عملکرد پاداش- ریسک است که به منظور متناسب‌سازی از چندین رویکرد خطی و غیرخطی استفاده شده است. نتیجه پژوهش نشان می‌دهد که استراتژی‌های برابری پاداش-ریسک آزمایش شده، عملکرد مناسبی در معیار میانگین بازده نشان می‌دهد و همچنین با میانگین بازده حاصل از مدل برابری ریسک معمولی تفاوت اندکی دارد.

بوچر و استرریدر[6] (۲۰۲۱) یک سبد سهام برابری ریسک را بر اساس یک پنجره متوالی ۳۰۰ روزه طراحی

1- Expectile
2- Markowitz Model

3- Risk parity portfolio
4- Choi
5- Calmar Ratio & STSR Ratio
6- Bucher & Osterrieder

کردند که از اطلاعات ۲۱ قرارداد آتی استفاد شده است. این دارایی‌ها از چهار طبقه دارایی با دامنه داده از ژوئن ۲۰۰۵ تا مارس ۲۰۲۰ است و تحلیل عملکرد و ریسک برای هر طبقه دارایی و سال انجام شده است. نتایج پژوهش نشان می‌دهد که بسیاری از یافته‌های موجود در ادبیات پژوهش سبد برابری ریسک مانند تنوع قوی و نسبت شارپ بالاتر، نسبت به مدل برابری وزن تأیید می‌شود. همچنین نتایج حاکی از عملکرد خوب مدل برابری ریسک در بحران مالی سال ۲۰۰۸ و تا حدودی بحران کووید-۱۹ است.

کیم و کیم[1] (۲۰۲۱) استراتژی برابری ریسک را در صورت وجود خطاهای برآورد در نظر گرفتند و نشان دادند که سهم ریسک اجزای تشکیل‌دهنده این سبد می‌تواند به طور قابل توجهی نسبت به خطاهای تخمین حساس باشد؛ به خصوص اگر از عوامل فاما و فرنچ[2] برای تشکیل سبد سهام استفاده شود؛ زیرا ویژگی آن‌ها در داشتن همبستگی‌های زوجی کم است. بر اساس این مشاهدات، یک الگوریتم جدید برای استراتژی برابری ریسک پیشنهاد می‌شود تا حساسیت سهم ریسک خارج از نمونه سبد سهام بهینه شده را از خطاهای برآورد، کاهش دهد. مطالعه تجربی نشان می‌دهد که سبد برابری ریسک ساخته شده از رقبای خود از نظر تعادل ریسک خارج از نمونه عملکرد بهتری دارد.

کاستا و وون[3] (۲۰۲۰) یک فرمول استوار توزیعی از مسئله سنتی بهینه‌سازی سبد سهام برابری ریسک را پیشنهاد دادند که این امکان را می‌دهد تا تخمینی استوار از توزیع بازده دارایی‌ها، بدون نیاز به تحمیل ساختار خاصی بر داده‌ها به دست آید. آزمایش‌های عددی نشان می‌دهد که یک سبد برابری ریسک با خاصیت استوار توزیعی می‌تواند نرخ بازده تعدیل شده ریسک بالاتری را در مقایسه با سبد معمول داشته باشد.

ناکاگاوا[4] و همکاران (۲۰۲۰) در پژوهشی استراتژی برابری ریسک خوشه‌بندی غیر سلسله مراتبی را پیشنهاد دادند که سهم ریسک را از درون هر خوشه برابر می‌کند. با فرض اینکه دارایی‌هایی با حرکت مشابه دارای منابع ریسک مشترک هستند، رویکرد ارائه شده سبد سهامی ایجاد می‌کند که منابع ریسک را یکسان می‌کند. تحلیل تجربی با استفاده از داده‌های قیمت واقعی طبقات مختلف دارایی نشان می‌دهد که روش پیشنهادی از استراتژی‌های برابری ریسک یا استراتژی‌های برابری ریسک خوشه‌بندی سلسله مراتبی بهتر عمل می‌کند.

ملیبوگا[5] (۲۰۲۰) یک مدل سبد سهام سلسله مراتبی برابری ریسک را ارائه کرد که در آن از ماتریس کوواریانس وزن‌دار شده نمایی استفاده می‌شود و برای تنوع بیشتر محدودیت‌هایی در مدل قرار داده شده است. نتیجه پژوهش به کمک شبیه‌سازی مونت کارلو[6] نشان می‌دهد که مدل برآورد شده تا ۵۰ درصد ریسک سمت پایین را کاهش می‌دهد. .

گامبتا و وون[7] (۲۰۲۰) مدل انتخاب سبد سهام برابری ریسک آزاد را معرفی کردند. در این مدل سرمایه‌گذار می‌تواند یک سطح حداقلی مشخص از بازده را به عنوان یک قید به مسئله اضافه کند. در این حالت ممکن است ریسک از مقدار ریسک مدل برابری ریسک منحرف شود که در این صورت به کمک یک ساختار محاسباتی، همواره سعی می‌شود تا ریسک تا حد ممکن به ریسک سبد برابری ریسک نزدیک شود. نتیجه عملی پژوهش نیز نشان می‌دهد که سبد معرفی شده توانایی محافظه‌کاری سبد برابری ریسک را حفظ کرده است.

کاستا و وون (۲۰۱۹) برای مدل‌سازی بازده در برابری ریسک از مدل تغییر رژیم مارکوف استفاده کردند تا بتوانند تغییرات شدید در بازده ناشی از چرخه‌های اقتصادی را کنترل کنند. نتایج حاصل از بهینه‌سازی

1- Kim & Kim
2- Fama & French
3- Costa & Kwon
4- Nakagawa
5- Molyboga
6- Monte Carlo Method
7- Gambeta & Kwon

سبد سهام نشان می‌دهد که عملکرد سبد سهام در داده‌های برون نمونه‌ای در معیار شارپ از مدل مارکویتز و مدل بدون مدل‌سازی تغییر رژیم مارکوف بهتر است.

رونکالی و ویزانگ[1] (۲۰۱۶) در پژوهشی ریسک سبد سهام را بر حسب عناصر تشکیل‌دهنده آن تجزیه کردند و مسئله انتخاب سبد سهام را به تنوع‌بخشی ریسک تجزیه بین عناصر سبد سهام بسط دادند. آن‌ها روش مورد استفاده را در چند مورد نمونه‌ای شامل تخصیص دارایی به کمک مدل عاملی فاما و فرنچ، انتخاب دارایی در صندوق‌های پوشش ریسک و تخصیص دارایی استراتژیک بر پایه فاکتورهای اقتصادی به کار بردند.

بای[2] و همکاران (۲۰۱۵) در بهینه‌سازی سبد سهام برابری ریسک از رویکرد بهینه‌سازی حداقل مربعات غیرمحدب برای بهینه‌سازی سبد سهام حداقل واریانس بهره بردند که در آن جواب‌های حاصل شده برابر مجموعه تمام جواب‌های بهینه سبد سهام برابری ریسک است. آن‌ها نشان دادند که جواب حاصل از الگوریتم تا حدود زیادی به جواب بهنیه نزدیک است.

چاوز[3] و همکاران (۲۰۱۱) پژوهش خود را روی اوراق قرضه بلندمدت، اوراق با رتبه‌های مختلف سرمایه‌گذاری، بازارهای نوظهور سهام، کالاهای پایه و صندوق‌های زمین و ساختمان انجام دادند. آن‌ها دریافتند که استراتژی برابری ریسک در مقابل روش مینیمم واریانس، نسبت شارپ بهتری دارد. این در حالی است که سبد سهام با وزن برابر و سبدهای بازنشستگی ۴۰/۶۰ اینگونه نیستند.

لی[4] (۲۰۱۱) با پژوهش روی سهام S&P1500 نشان داد که تخصیص مبتنی بر ریسک لزوماً جواب بهتری از نظر بازده به ریسک نسبت به سایر روش‌ها ارائه نمی‌دهد.

در پژوهش کاپورین[5] و همکاران (۲۰۱۲) که درمورد ۳۰ سهم بزرگ از بازارهای آمریکا، اروپا و ژاپن انجام گرفت، نشان داده شد که عملکرد مطلوب استراتژی سبد سهام با سهم برابری ریسک از منظر ریسک، بازدهی، نسبت شارپ، بیشترین افت سرمایه و تنوع‌پذیری منجر به استفاده بیشتر مدیران سرمایه‌گذاری از این روش شده است.

بلینی[6] و همکاران (۲۰۱۹) در پژوهشی برای اندازه‌گیری ریسک از امید چندکی استفاده کرده و سبد برابری ریسک را با این معیار سنجش ریسک مدل‌سازی کردند و چندین مدل برابری ریسک با رویکرد برنامه‌ریزی خطی و غیرخطی ارائه دادند. سپس انواع مختلف مدل‌سازی برابری ریسک بر پایه امید چندکی را در معیارهای میانگین قدر مطلق خطا، بیشینه قدر مطلق خطا و پیچیدگی محاسباتی مورد مقایسه قرار دادند. با این وجود مقایسه‌ای بین عملکرد مدل برابری ریسک مبتنی بر امید چندکی و سبد برابری ریسک معمولی مبتنی بر انحراف معیار و مدل سبد سهام هم‌وزن در معیارهای سودآوری صورت نگرفته است.

ب) پژوهش‌های داخلی

میرمحمدی و همکاران (۱۴۰۰) مدل انتخاب سبد سهام ترکیبی برابری ریسک و تحلیل عاملی بر پایه تغییر رژیم مارکوف[7] را معرفی کردند. تغییر رژیم مارکوف کمک می‌کند تا ماتریس کوواریانس موجود در تابع هدف مدل برابری ریسک به کمک تحلیل عاملی وابسته به متغیر حالت برآورد شود. نتایج پژوهش نشان می‌دهد که مدل ترکیبی پژوهش نسبت به مدل‌های متداول میانگین- واریانس و برابری وزن، نسبت شارپ بالاتری دارد و در افت‌های بازار نسبت به دو مدل بیان شده مقاوم‌تر است و زیان کمتری تولید می‌کند.

1- Roncalli & Weisang
2- Bai
3- Chaves
4- Lee
5- Caporin
6- Bellini
7- Markov Switching

میرمحمدی و همکاران (۲۰۲۱) مدل انتخاب سبد سهام ترکیبی برابری ریسک- استوار نسبی را معرفی کردند که در استوارسازی سبد از رویکرد بدترین سناریوی نسبی روی پارامتر ماتریس کوواریانس ظاهر شده در مدل برابری ریسک استفاده می‌کند. با توجه به داده‌های تاریخی، چندین سناریو برای ماتریس کوواریانس در نظر گرفته می‌شود و مقدار تابع هدف مدل ترکیبی برای هر پورتفوی (نقطه شدنی)، بدترین نتیجه (بیشترین نوسان) در بین مجموعه سناریوها است و در نهایت مدل، پورتفویی را انتخاب می‌کند که بدترین نتیجه ممکن برای آن دارای کمترین مقدار نوسان نسبی باشد.

دولو و همکاران (۱۴۰۰) عملکرد سه استراتژی سبد سهام میانگین- واریانس، برابری وزن و برابری ریسک را به لحاظ ریسک، بازده و معیار شارپ با یکدیگر مقایسه کردند. نمونه مورد بررسی شامل داده‌های هفتگی ۲۵ شاخص اصلی بورس اوراق بهادار تهران از سال ۱۳۹۰ تا ابتدای سال ۱۴۰۰ است. نتایج این پژوهش نشان می‌دهد استراتژی تخصیص دارایی مبتنی بر برابری سهم ریسک در اغلب موارد عملکرد میانه و در پاره‌ای از مواقع هم بهترین عملکرد را در مقایسه با دو استراتژی دیگر داشته است و سرمایه‌گذاران و مدیران سبد سهام با به‌کارگیری آن از عملکرد قابل اتکاتری برخوردار خواهند بود.

۳- مبانی نظری

پژوهش حاضر رویکرد برابری ریسک بر پایه امید چندکی را در معیارهای مختلف سودآوری و عملکرد همچون نسبت شارپ، بیشترین افت سرمایه (MDD)[1]، نسبت کالمار، ارزش در معرض ریسک شرطی و ... با دو مدل برابری ریسک معمولی و مدل هم‌وزن در بورس اوراق بهادار تهران مورد مقایسه قرار می‌دهد.

در این بخش ابتدا به معرفی امید چندکی پرداخته می‌شود و سپس سبد سهام برابری ریسک تشریح خواهد شد تا زمینه برای ارتباط بین آن‌ها در قالب مدل پژوهش حاضر فراهم آید.

ریسک به عنوان پتانسیل یک نتیجه نامطلوب (به عنوان مثال از دست دادن ارزش) ناشی از یک اقدام یا عدم اقدام تعریف می‌شود. در امور مالی، ریسک، عدم اطمینان پیرامون ارزش آتی یک دارایی یا سبد ابزارهای مالی تعریف می‌شود. اندازه‌گیری و کنترل ریسک برای بقا و حفظ یک سیستم مالی سالم و کارآمد ضروری است (Molyboga, 2020).

معیارهای ریسک کلاسیک مانند ارزش در معرض ریسک و ریزش مورد انتظار، اگرچه هنوز محبوب هستند، دارای کاستی‌های جدی هستند. ارزش در معرض ریسک (خطر) یکی از معیارهای سنجش ریسک نامطلوب است که به صورت مستقیم با مفهوم ضرر در ارتباط است و حداکثر ضرر یک سبد سهام را در یک سطح اطمینان مشخص برای یک دوره سرمایه‌گذاری معلوم اندازه می‌گیرد. این معیار، نیاز به نرمال بودن توزیع بازده ندارد و برای هر توزیعی از بازده قابل محاسبه است (Zastawniak, 2003).

ارزش در معرض ریسک با وجود کاربرد و گسترش فراوان، دارای کاستی‌هایی است. از جمله اینکه ارزش در معرض ریسک در بازارهای پرنوسان به صورت مناسبی عمل نمی‌کند و دیگر اینکه این معیار شرط زیرجمعی از شروط یک اندازه ریسک منسجم[2] را ندارد (Kim & Kim, 2021).

آرتزنر[3] و همکاران (۱۹۹۹) اندازه ریسک منسجم را معرفی کردند که امروز به عنوان یکی از پایه‌های مالی نوین شناخته می‌شود. اندازه ریسک P را یک اندازه ریسک منسجم گویند هرگاه دارای خاصیت‌های نرمالیتی، یکنوایی، زیرجمعی، همگونی مثبت و پایایی

1- Maximum drawdown

2- Coherent risk measure
3- Artzner

انتقال باشد. ارزش در معرض ریسک در شرط زیرجمعی که به مفهوم اثربخشی تنوع است، صدق نمی‌کند. برای رفع این نقیصه، ریزش مورد انتظار یا ارزش در معرض ریسک شرطی معرفی شد. ریزش مورد انتظار، متوسط ضرر سبد را برای مواردی که میزان ضرر از ارزش در معرض ریسک بیشتر شود، اندازه‌گیری می‌شود. نبود این خاصیت باعث می‌شود تا سبد سهام نتواند از مزایای تنوع‌پذیری استفاده کند. بنابراین، با استفاده از این سنجه ریسک، این خاصیت که ریسک سبد متنوع از مجموع ریسک‌های انفرادی کمتر است، در حالت کلی برقرار نیست. بنابراین، ریزش مورد انتظار، نسبت به ارزش در معرض ریسک بهبود یافته است؛ زیرا به جای در نظر گرفتن احتمالات دم توزیع به تنهایی، بزرگی ضرر (تلفات) احتمالی در دم پایین را در نظر می‌گیرد (Bucher & Osterrieder, 2021).

ریزش مورد انتظار یک معیار ریسک منسجم است؛ به این معنی که دارای خاصیت حیاتی زیرجمعی است. با وجود مزایای آن، ریزش مورد انتظار فقط به مقادیر دم پایینی متکی است. بنابراین، ریزش مورد انتظار این پتانسیل را دارد که بیش از حد محافظه کار باشد و تخصیص دارایی به صورت کارآمد صورت نگیرد (Bellini and Bernardin, 2017).

اصطلاح امید چندکی توسط نیوی و پاول[1] (۱۹۸۷) ابداع شد و این نام‌گذاری به دلیل وابستگی آن به ویژگی‌های انتظاری متغیر تصادفی بود. امید چندکی برای اندازه‌گیری ریسک به اطلاعات اساسی متفاوتی متکی است؛ زیرا به هر دو دنباله توزیع وابسته است.

بررسی تابع هدف در محاسبه امید چندکی، ویژگی‌هایی را نشان می‌دهد که آن را به معیاری جذاب برای ریسک تبدیل می‌کند. از بررسی تابع هدف می‌توان دید که مقادیر متمایل به سود (بازده‌های مثبت) با استفاده از وزن (ضریب) $1-\alpha$ و مقادیر متمایل به زیان با استفاده از α وزن‌دهی می‌شوند. این وزن‌دهی باعث می‌شود که امید چندکی ضمن داشتن این خاصیت که بزرگی ضررها را مانند ریزش مورد انتظار در نظر می‌گیرد، برای کاستن از خاصیت محافظه‌کاری ریزش مورد انتظار، پتانسیل سودآوری استراتژی را نیز در نظر بگیرد (Ren et al., 2022). بنابراین، این معیار تنها به شکل دم توزیع وابسته نیست و تابعی از شکل کلی تابع توزیع ضرر یا بازده سبد سهام است. درجه دوم بودن تابع هدف نیز باعث می‌شود که انتظار نسبت به مقادیر شدید و به طور کلی به شکل توزیع حساس‌تر شود. از آنجایی که انتظار، دارای خاصیت حیاتی زیرجمعی است که چندک فاقد آن است، مزیت اصلی آن این است که معیاری منسجم از ریسک است (Satchell, 2009).

پس از معرفی ارزش در معرض ریسک شرطی در ادامه به سبد برابری ریسک و اهمیت آن پرداخته می‌شود. در ساده‌ترین شکل، برابری ریسک به دنبال متعادل کردن سهم هر طبقه دارایی در ریسک کل سبد است. یک سبد سنتی ۶۰ درصدی از اوراق قرضه و ۴۰ درصدی از سهام که پایه سبدهای بسیاری از سرمایه‌گذاران است، متنوع نیست. تقریباً ۹۰ درصد از ریسک در این سبد سنتی در سهام متمرکز است؛ به دلیل این واقعیت که سهام از نظر تاریخی سه برابر بی‌ثبات‌تر از اوراق بهادار با درآمد ثابت بوده است (Choi et al., 2021). برابری ریسک به دنبال جلوگیری از این تمرکز ریسک از طریق ایجاد یک سبد متنوع و متوازن با ریسک است. برابری ریسک رویکردی با هدف مدیریت پورتفوی سرمایه‌گذاری است و تمرکز آن به جای تخصیص سرمایه روی تخصیص ریسک است. بر اساس این رویکرد، زمانی که تخصیص دارایی‌ها در سطح ریسک برابری صورت گرفته باشد، انتظار می‌رود که سبد تدوینی نسبت شارپ بیشتری داشته و در مقابل افت بازار نسبت به پورتفوی با رویکرد سنتی مقاوم‌تر باشد (Roncalli & Weisang, 2016). برای مثال، پژوهش

1- Newey & Powell

دیمیگوئل[1] و همکاران (۲۰۰۸) و همچنین چاوز و همکاران (۲۰۱۲) نشان می‌دهد که برابری ریسک در معیار نسبت شارپ، اغلب نتایج بهتری در مقایسه با استراتژی سبد بهینه میانگین- واریانس دارد.

رویکرد تخصیص دارایی با سهم ریسک برابر برای اولین بار توسط ادوارد کاین[2] در سال ۲۰۰۵ در مقاله‌ای در مورد مدیریت دارایی ارائه شد. با گذشت زمان کمی، این استراتژی مورد توجه فعالان مدیریت دارایی قرار گرفت. بعضی از بخش‌های تئوری این رویکرد در سال‌های بین ۱۹۵۰ تا ۱۹۷۰ گسترش یافتند، اما اولین صندوق با رویکرد برابری ریسک که آل وِدِر[3] نامیده شد در سال ۱۹۹۶ ایجاد شد. از آن زمان تاکنون شرکت‌های سرمایه‌گذاری، مدیریت دارایی و صندوق‌های زیادی مانند آکوئیلا کپیتال [4]، شرکت‌های نورث واتر[5]، ویلینگتون[6] و... این رویکرد را مورد استفاده قرار داده‌اند (میرمحمدی و همکاران، ۱۴۰۰).

براساس مقاله‌ای مربوط به سال ۲۰۱۰ در وال استریت ژورنال، صندوق‌های با رویکرد ریسک متعادل در طول بحران مالی در سال ۲۰۰۸ شرایط به نسبت خوبی داشتند. به طور مثال، در زمان بحران مورد اشاره صندوق با رویکرد ریسک متعادل EQR تنها دچار ۱۸درصد کاهش داشت که از نزول ۲۲ درصدی صندوق شاخص متوازن ونگارد[7] بهتر بود. بر اساس گزارش سال ۲۰۱۳ وال استریت ژورنال، انواع صندوق‌های با رویکرد ریسک متعادل که به وسیله صندوق‌های پوشش ریسک، پیشنهاد می‌شدند از زمان بحران مالی به طور مستمر از افزایش محبوبیت و بازده مورد انتظار برخوردار بوده‌اند (Mirmohammadi et al., 2021).

۴- روش تحقیق

پژوهش حاضر به دنبال بررسی عملکرد مدل سبد سهام با رویکرد برابری ریسک و با در نظر گرفتن معیار سنجش امید چندکی در بورس اوراق بهادار تهران و در معیارهای مختلف سودآوری است.

برای متغیر تصادفی $X \in L^2(\Omega, F, P)$، امید چندکی در سطح اطمینان α که با $e_\alpha(X)$ نشان داده می‌شود، جواب بهینه مدل کمینه‌سازی به صورت رابطه (۱) می‌شود.

(۱)

$$e_\alpha(X) = \arg\min_{\eta \in R} E(\alpha(X-\eta)_+^2 + (1-\alpha)(X-\eta)_-^2)$$

در رابطه (۱)، متغیر X به صورت رابطه (۲) تعریف می‌شود.

$$|x|_+ = \max\{x,0\}, |x|_- = -\min\{x,0\} \quad (۲)$$

با فرض $\alpha = 0.5$ در رابطه (۱)، $e_\alpha(X) = E(X)$ و بنابراین امید چندکی، مفهوم امید ریاضی را توسعه می‌دهد. می‌توان نشان داد که امید چندکی $e_\alpha(X)$ یگانه مقداری است که در رابطه درجه اول زیر (رابطه (۳)) صدق می‌کند (Bellini et al., 2019).

(۳)

$$\alpha E[(X - e_\alpha(X))_+] = (1-\alpha)E[(X - e_\alpha(X))_-]$$

در پژوهش حاضر از رابطه (۳) برای محاسبه امید چندکی استفاده خواهد شد. فرض کنیم که سبد سهام از n دارایی تشکیل شده است و $(R_1, R_2, ..., R_n)$ بردار تصادفی نشان‌دهنده بازده دارایی‌ها است که هر کدام از بازده‌ها از توزیع گسسته متناهی پیروی می‌کند. بردار وزن سبد با $(x_1, x_2, ..., x_n)$ نشان داده می‌شود که به صورت رابطه (۴) قابل نمایش است.

(۴)

$$\forall i: x_i \geq 0, \sum_{k=1}^{n} x_k = 1$$

1- Demiguel
2- Qian
3- All Weather
4- Aquila Capital
5- North Water
6- Wellington
7- Vanguard

بر این اساس $X=-\sum_{k=1}^{n}R_k x_k$ متغیر تصادفی نشان‌دهنده ضرر سبد سهام است؛ مقادیر منفی X متناظر با سود و مقادیر مثبت متناظر با ضرر است. برای $\alpha \geq 1/2$، امید چندکی تابع ضرر سبد $x=(x_1,x_2,...,x_n)$ به صورت رابطه (۵) تعریف می‌شود.

(۵)

$$\xi_\alpha(x)=e_\alpha(-\sum_{k=1}^{n}R_k x_k)$$

با توجه به رابطه (۳)، امید چندکی سبد سهام یگانه مقداری است که در رابطه (۶) صدق می‌کند.

(۶)

$$\alpha E[(-\sum_{k=1}^{n}R_k x_k-\xi_\alpha(x))_+]=(1-\alpha)E[(-\sum_{k=1}^{n}R_k x_k-\xi_\alpha(x))_-]$$

فرض کنیم $R=(R_1,R_2,...,R_n)$، T مقدار $r_t=(r_{1t},r_{2t},...,r_{nt}),1\leq t\leq T$ را متناظر با احتمالات $p_1,p_2,...,p_T$ اخذ می‌کند (به عنوان نمونه $t=1,2,...,T$ تعداد بازده‌های تاریخی است). رابطه (۷)، امید ریاضی موجود در رابطه (۶) را برای یک متغیر گسسته بازنویسی می‌کند.

(۷)

$$\alpha\sum_{t=1}^{T}p_t(-\sum_{k=1}^{n}r_{kt}x_k-\xi_\alpha(x))_+=(1-\alpha)\sum_{t=1}^{T}p_t(-\sum_{k=1}^{n}r_{kt}x_k-\xi_\alpha(x))_-$$

بر اساس رابطه (۷)، مدل سبد سهام کمینه‌سازی امید چندکی به صورت مدل (۸) استحراج می‌شود.

(۸)

$$\begin{aligned}&min \quad \xi_\alpha\\&s.t.\\&\alpha\sum_{t=1}^{T}p_t(-\sum_{k=1}^{n}r_{kt}x_k-\xi_\alpha)_+=(1-\alpha)\sum_{t=1}^{T}p_t(-\sum_{k=1}^{n}r_{kt}x_k-\xi_\alpha)_-\\&\sum_{k=1}^{n}x_k=1\\&\xi_\alpha\in R,\forall i x_i\geq 0\end{aligned}$$

با تغییر متغیرهای رابطه (۸)، رابطه (۹) را خواهیم داشت.

(۹)

$$\begin{aligned}&d_t^+=(-\textstyle\sum_{k=1}^{n}r_{kt}x_k-\xi_\alpha)_+\\&d_t^-=(-\sum_{k=1}^{n}r_{kt}x_k-\xi_\alpha)_-\end{aligned}$$

با توجه به تابع هدف ارائه شده در رابطه (۸)، و تغییرات ایجاد شده در رابطه (۹)، رابطه (۱۰) شکل می‌گیرد.

(۱۰)

$$\begin{aligned}&min \quad \xi_\alpha\\&s.t.\\&\alpha\sum_{t=1}^{T}p_t\,d_t^+=(1-\alpha)\sum_{t=1}^{T}p_t d_t^-\\&-\sum_{k=1}^{n}r_{kt}x_k-\xi_\alpha=d_t^+-d_t^-\,t=1,2,\dots,T\\&d_t^+.d_t^-=0t=1,2,\dots,T\\&\sum_{k=1}^{n}x_k=1\\&\xi_\alpha\in R,d_t^+,d_t^+\geq 0t=1,2,\dots,T,\forall i x_i\geq 0\end{aligned}$$

در ادامه، مدل پژوهش؛ یعنی صورت سبد برابری ریسک بر پایه امید چندکی مورد بررسی قرار می‌گیرد، اما قبل از آن، مدل برابری ریسک معمولی مرور می‌شود. در مدل برابری ریسک، قضیه اویلر[1] برای توابع همگن نقش اساسی دارد؛ زیرا سهم ریسک هر دارایی از ریسک کل سبد سهام را مشخص می‌کند. تابع $f:\mathbb{R}^n\to R$

1- Euler

را همگن از مرتبه اول می‌نامند هر گاه رابطه (۱۱) برقرار باشد.

(۱۱)

$$f(\lambda x_1, \lambda x_2, \ldots, \lambda x_n) = \lambda f(x_1, x_2, \ldots, x_n)\lambda \neq 0$$

قضیه اویلر بیان می‌کند که برای تابع همگن f ، رابطه (۱۲) برقرار است.

(۱۲)

$$f(x = (x_1, x_2, \ldots, x_n)) = x_1 \frac{\partial f(x)}{\partial x_1} + x_2 \frac{\partial f(x)}{\partial x_2} + \ldots + x_n \frac{\partial f(x)}{\partial x_n}$$

در صورتی که تابع f نشان‌دهنده ریسک سبد سهام باشد، آنگاه رابطه (۱۲) را می‌توان به این صورت تعریف کرد که $x_i \frac{\partial f(x)}{\partial x_i}$ سهم ریسک دارایی i ام از ریسک کل سبد سهام است. فرض کنیم n دارایی با بردار وزن x تشکیل یک سبد سهام بدهد. آنگاه انحراف معیار بازده سبد سهام به عنوان سنجه‌ای برای اندازه‌گیری ریسک برابر $\sigma_p = \sqrt{x^t \Sigma x}$ است که Σ ماتریس کوواریانس دارایی‌ها است. در صورتی که $\sigma_i \; 1 \le i \le n$ سهم ریسک هر دارایی از ریسک سبد سهام باشد، آنگاه می‌توان رابطه (۱۳) را نوشت.

$$\sigma_p = \sqrt{x^t \Sigma x} = \sum_{i=1}^{n} \sigma_i. \qquad (۱۳)$$

در رابطه (۱۳) مطابق رابطه اویلر، سهم ریسک دارای i ام برابر $\sigma_i = x_i \frac{(\Sigma x)_i}{\sqrt{x^t \Sigma x}}$ است. مدل برابری ریسک به دنبال یکسان‌سازی سهم ریسک دارایی‌های از ریسک کل سبد است و برای این منظور به بهینه‌سازی مدل در رابطه (۱۴) اقدام می‌کند. در رابطه (۱۴) با توجه به مثبت بودن عواملی که در تابع هدف وجود دارد برای کمینه شدن باید تمامی عوامل تا حد ممکن به هم نزدیک شوند و این یعنی تمامی سهم ریسک‌ها باید تا حد ممکن نزدیک به هم شود.

(۱۴)

$$\begin{aligned} &min \quad \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{n} (x_i(\Sigma x)_i - (x_j \Sigma x)_j)^2 \\ &\sum_{i=1}^{n} x_i = 1 \\ &x \ge 0 \end{aligned}$$

صورت معادل مسئله برابری ریسک به صورت رابطه (۱۵) است که در آن C یک مقدار مثبت دلخواه بوده و با نرمال‌سازی مقادیر ψ_i به صورت $x_i^* = \psi_i / \sum_{i=1}^{n} \psi_i$ اوزان بهینه سبد سهام برابری ریسک مشخص می‌شود (Roncalli, 2013).

(۱۵)

$$\begin{aligned} &min \;\; \psi^t \Sigma \psi \\ &\sum Ln(\psi_i) \ge C, \quad \psi \ge 0, \end{aligned}$$

حال به مدل پژوهش باز می‌گردیم. تابع ریسک امید چندکی $\xi_\alpha(X)$ همگن از مرتبه اول است؛ بنابراین، قضیه اویلر برای آن صادق خواهد بود. ادعا می‌شود که سبد بهینه برابری ریسک با تابع ریسک امید چندکی، معادل حل بهینه مسئله کمینه‌سازی در رابطه (۱۶) است.

$$\begin{aligned} &\min \; \xi_\alpha(x) \\ &s.t. \\ &\sum \ln(x_k) \ge c \\ &x_k > 0 \end{aligned} \qquad (۱۶)$$

در رابطه (۱۶) $c \in R$ ثابت دلخواهی است. برای این منظور ابتدا تابع لاگرانژین مطابق رابطه (۱۷) تشکیل می‌شود.

$$L(x, \lambda) = \xi_\alpha(x) + \lambda(c - \sum \ln(x_k)) \qquad (۱۷)$$

با توجه به شرایط بهینگی کروش- کان- تاکر (KKT) [1] رابطه (۱۸) را خواهیم داشت.

(۱۸)

$$\frac{\partial L}{\partial x_k^*}=\frac{\partial \xi_\alpha(x^*)}{\partial x_k^*}-\frac{\lambda}{x_k^*}=0 \quad k=1,2,...,n$$

بنابراین، رابطه (۱۹) را خواهیم داشت. این رابطه نشان می‌دهد که سهم ریسک دارایی‌ها از ریسک کل برابر است.

(۱۹)

$$x_k^*\frac{\partial \xi_\alpha(x^*)}{\partial x_k^*}=\lambda$$

برای یافتن بردار بهینه $\bar{x}^*$ نرمال (برداری که جمع دارائه‌های آن برابر یک باشد)، رابطه (۲۰) را تعریف می‌کنیم.

(۲۰)

$$\bar{x}^*=\frac{x^*}{\sum_{i=1}^{n}x_i^*}$$

براساس رابطه (۲۰) می‌توان گفت که $\bar{x}^*$ جواب بهینه متناظر با مقدار $\bar{c}=c-n\ln(\sum_{i=1}^{n}x_i^*)$ است. با ترکیب مدل‌های ارائه شده در رابطه‌های (۱۰) و (۱۶)، صورت سبد برابری ریسک امید چندکی به صورت مدل رابطه (۲۱) خواهد بود.

(۲۱)

$$\begin{aligned}
&\min \ \xi_\alpha \\
&s.t. \\
&\alpha\sum_{t=1}^{T}p_t d_t^+=(1-\alpha)\sum_{t=1}^{T}p_t d_t^- \quad t=1,2,...,T \\
&-\sum_{k=1}^{n}r_{kt}y_k-\xi_\alpha=d_t^+-d_t^- \quad t=1,2,...,T \\
&d_t^+.d_t^-=0 \quad t=1,2,...,T \\
&\sum_{k=1}^{n}\ln(y_k)\geq c \\
&\xi_\alpha\in R, d_t^+, d_t^+\geq 0 \quad t=1,2,...,T
\end{aligned}$$

با محاسبه جواب بهینه رابطه (۲۱)، اوزان سبد بهینه برابری ریسک امید چندکی به صورت $x^*=\frac{y^*}{\sum_{i=1}^{n}y_i^*}$ محاسبه می‌شود. مدل برابری ریسک بر مبنای امید چندکی پژوهش، مدل ارائه شده در رابطه (۲۱) است که در بخش بعد مورد پیاده‌سازی عملی و بررسی عملکرد قرار می‌گیرد.

در ادامه به معرفی سه شاخص نسبت شارپ، بیشترین افت سرمایه (MDD) و نسبت کالمار پرداخته می‌شود که در مقایسه عملکرد سبدهای سهام مورد استفاده قرار می‌گیرد.

نسبت شارپ یکی از شناخته شده‌ترین نسبت‌های ریسک به پاداش در مالی است که به طور گسترده‌ای استفاده می‌شود. نسبت شارپ به عنوان نسبت بازده مورد انتظار به انحراف استاندارد یک متغیر تصادفی نشان‌دهنده بازده در قالب رابطه (۲۲) تعریف می‌شود.

(۲۲)

$$SR=\frac{E(r-r_f)}{\sigma(r-r_f)}$$

در رابطه (۲۲) $E()$ مقدار انتظار، $\sigma()$ انحراف استاندارد و r_f نرخ بدون ریسک است.

1- Karush-Kuhn-Tucker

از دیدگاه سرمایه‌گذاران ریسک گریز، دارایی‌هایی با نسبت‌های شارپ بالاتر در ساخت سبد سهام ارجحیت بیشتری دارند. حداکثر افت یا کاهش سرمایه بدترین ضرر متوالی در یک دوره زمانی مشخص است. حداکثر افت سبد سهام توسط بر اساس رابطه (۲۳) اندازه‌گیری می‌شود.

$$MDD = -\min_{\tau\in(0,T)}\left(\min_{t\in(0,\tau)} r(t,\ \tau)\right) \qquad (۲۳)$$

در رابطه (۲۳)، $r(t, t')$ بازده در بازه زمانی بین t و t' است که بدترین عملکرد تحقق یافته از زمان آغاز به کار سبد در طول یک افق سرمایه‌گذاری معین است. بنابراین، دارایی‌هایی با کمترین میزان حداکثر افت، بیشتر مورد علاقه سرمایه‌گذاران هستند.

نسبت کالمار نسبت بازده تجمعی تحقق یافته به حداکثر کاهش سرمایه مطابق رابطه (۲۴) است.

$$Calmar = \frac{R}{MDD} \qquad (۲۴)$$

سرمایه‌گذاران، دارایی‌هایی با نسبت‌های کالمار بالاتر را به دارایی‌هایی با نسبت‌های کالمار پایین‌تر ترجیح می‌دهند.

۵- یافته‌های پژوهش

در این بخش مراحل تشکیل سبد نمونه‌ای پژوهش براساس رویکرد برابری ریسک بر مبنای ارزش در معرض ریسک شرطی تبیین و عملکرد آن ارزیابی می‌شود. سبد سهام پژوهش از ۸ شاخص یا صنعت از بورس اوراق بهادار تهران در بازه ۱۳۹۰ تا ۱۴۰۰ تشکیل شده است. استفاده از شاخص به مفهوم تشکیل یک سبد سهام متنوع از سهام موجود در آن صنعت است. به عنوان نمونه استفاده از شاخص خودرو به عنوان یک دارایی به این معنی است که زیرمجموعه این شاخص به صورت متنوع (متناسب با وزن آن‌ها در شاخص) خریداری شود و بدین ترتیب سبد نمونه‌ای پژوهش، متنوع است. افق زمانی سبد سهام یک هفته‌ای است (برای دوره یک هفته بسته می‌شود) و هر هفته ۵ روز کاری در نظر گرفته شده است. آمار توصیفی مربوط به ۵۹۴ بازده هفتگی دارایی‌ها در جدول (۱) ارائه شده است.

در جدول (۱)، ستون میانگین نشان‌دهنده متوسط بازده هفتگی کسب شده در شاخص مورد نظر است. ستون‌های بیشینه و کمینه هم نشان می‌دهد دوره پژوهش شاهد هفته‌هایی بوده است که شاخص‌های مورد نظر دچار رشد یا نزول‌های شدید بوده است. در این جدول، انحراف معیار استاندار، پراکندگی داده‌ها را حول میانگین نشان می‌دهد. آماره جارک برا و مقدار احتمال متناظر آن با توجه به زیر ۰/۰۵ بودن، نشان می‌دهد که توزیع هیچ کدام از متغیرهای بازده هفتگی از توزیع نرمال پیروی نمی‌کند و از این رو انحراف معیار برای سنجش ریسک مناسب نیست.

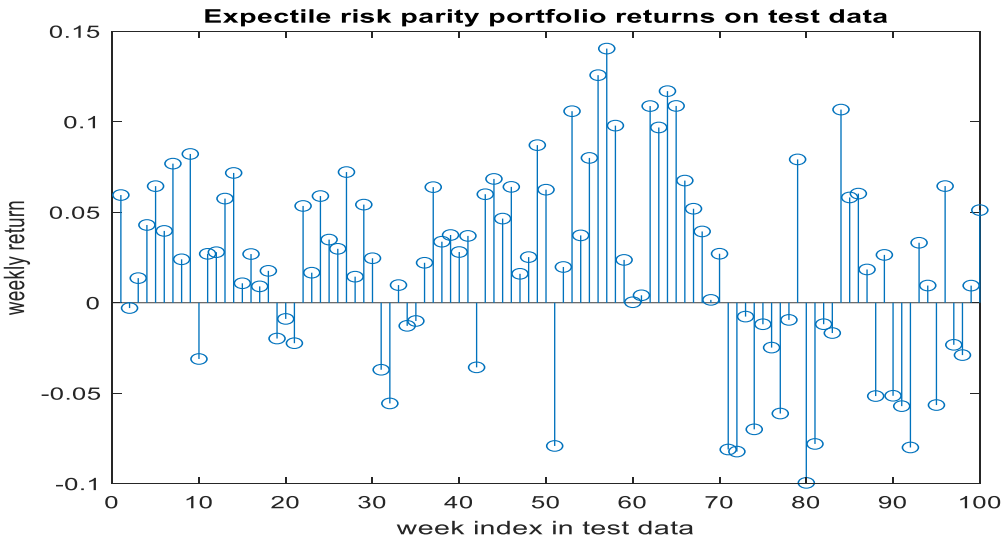
جدول ۱- آمار توصیفی بازده هفتگی دارایی‌های سبد

ردیف	شاخص آماری / دارایی	میانگین	میانه	بیشینه	کمینه	انحراف معیار	آماره جارک برا	مقدار احتمال
۱	بانک	۰/۰۰۷	۰/۰۰۱	۰/۱۵۰	-۰/۱۵۰	۰/۰۳۹	۳۰۱/۶۶۶	۰/۰۰۰
۲	کانی فلزی	۰/۰۰۹	۰/۰۰۰	۰/۱۵۰	-۰/۱۳۶	۰/۰۴۷	۷۷/۵۱۰	۰/۰۰۰
۳	سیمان	۰/۰۰۹	۰/۰۰۰	۰/۱۵۰	-۰/۱۳۶	۰/۰۴۷	۷۷/۵۱۰	۰/۰۰۰
۴	دارو	۰/۰۱۰	۰/۰۰۲	۰/۱۵۰	-۰/۱۳۴	۰/۰۳۶	۶۵۶/۲۴۸	۰/۰۰۰
۵	فراورده نفتی	۰/۰۱۰	۰/۰۰۲	۰/۱۵۰	-۰/۱۵۰	۰/۰۵۴	۳۸/۵۲۳	۰/۰۰۰
۶	ماشین‌آلات	۰/۰۰۹	۰/۰۰۳	۰/۱۵۰	-۰/۱۵۰	۰/۰۳۸	۲۰۶/۲۹۵	۰/۰۰۰
۷	قند	۰/۰۱۱	۰/۰۰۳	۰/۱۵۰	-۰/۱۱۲	۰/۰۴۹	۵۹/۵۴۲	۰/۰۰۰
۸	خودرو	۰/۰۰۸	۰/۰۰۱	۰/۱۵۰	-۰/۱۵۰	۰/۰۵۵	۲۴/۴۹۳	۰/۰۰۰

هشت شاخص معرفی شده در جدول (۱) جهت تشکیل سبد سهام ریسک بر پایه امید چندکی مورد استفاده قرار گرفتند. ۵۹۴ بازده هفتگی استخراج شده به دو گروه آموزشی و تست تقسیم شد که به ترتیب شامل ۴۹۴ و ۱۰۰ داده است. از داده‌های آموزشی به منظور بهینه‌سازی سبد سهام و محاسبه اوزان بهینه استفاده می‌شود و هر داده تست به منزله یک نمونه برای مشخص‌سازی عملکرد سبد سهام است. رویکرد محاسبه وزن سبد سهام به صورت غلطان خواهد بود و پس از محاسبه اولین سبد سهام و محاسبه بازده آن برای اولین هفته از داده‌های تست، اولین هفته از داده‌های تست نیز به جمع داده‌های آموزشی اضافه می‌شود تا بازده سبد بهینه برای دومین هفته از داده‌های تست محاسبه سود. برای بهینه‌سازی مدل برابری ریسک بر مبنای امید چندکی ارائه شده در رابطه (۲۱) به عنوان یک مدل غیرخطی از بسته نرم‌افزاری پایومو در زبان برنامه‌نویسی پایتون استفاده شد. این بسته نرم‌افزاری شامل امکاناتی برای برنامه‌ریزی‌های خطی و غیرخطی است که موتور برنامه‌ریزی غیرخطی آن از رویکرد نقطه درونی برای بهینه‌سازی غیرخطی استفاده می‌کند. نتیجه بهینه‌سازی و محاسبه اوزان بهینه سبد سهام برای اولین هفته از داده‌های تست با توجه به ۴۹۴ داده آموزشی در جدول ۲ ارائه شده است. همچنین فرایند محاسبه اوزان بهینه برای تمام داده‌های تست صورت گرفت و بازده سبد سهام برای ۱۰۰ داده تست مطابق نمودار ۱ استخراج شد.

جدول ۲- اوزان بهینه سبد سهام برای هفته اول از داده‌های تست

دارایی	بانک	کانی فلزی	سیمان	دارو	فراورده نفتی	ماشین آلات	قند	خودرو
وزن	۰/۱۳۹	۰/۰۷۶	۰/۱۴۶	۰/۱۷۲	۰/۱۲۴	۰/۱۳۹	۰/۰۳۶	۰/۱۶۴



نمودار ۱- بازده سبد سهام برابری ریسک بر امید چندکی در داده‌های تست

برای بررسی عملکرد سبد بهینه برابری ریسک بر مبنای ارزش در معرض ریسک شرطی از دو سبد برابری ریسک معمولی (بر پایه انحراف معیار) و سبد برابری وزن یا هم‌وزن استفاده شد. سبد برابری ریسک معمولی از بهینه‌سازی مدل ارائه شده در رابطه (۱۵) محاسبه شد و سبد هم‌وزن نیز دارایی‌های با وزن یکسان ۰/۱۲۵ را در نظر می‌گیرد. اوزان بهینه سبدهای بیان شده مطابق جدول ۳ است.

جدول ۳- اوزان بهینه سبدهای برابری ریسک و هم وزن

ردیف	سبد سهام / دارایی	سبد برابری ریسک	سبد هم وزن
۱	بانک	۰/۱۳۸۸۴۸	۰/۱۲۵
۲	کانی فلزی	۰/۱۲۵۵۶۷	۰/۱۲۵
۳	۳سیمان	۰/۱۲۵۵۶۷	۰/۱۲۵
۴	دارو	۰/۰۷۳۶۸۳	۰/۱۲۵
۵	فراورده نفتی	۰/۱۱۴۹۵۲	۰/۱۲۵
۶	ماشین آلات	۰/۱۱۶۸۴۴	۰/۱۲۵
۷	قند	۰/۱۰۷۴۱۲	۰/۱۲۵
۸	خودرو	۰/۱۹۷۱۲۸	۰/۱۲۵

در ادامه عملکرد سبد سهام پژوهش در داده‌های تست در شاخص‌های مختلف محاسبه و با عملکرد سبدهای برابری ریسک معمولی و برابری وزن مقایسه شد. مقایسه عملکرد سبد پژوهش با مدل‌های برابری وزن و برابری ریسک معمولی در داده‌های تست در جدول ۴ ارائه شده است.

جدول ۴- مقایسه عملکرد مدل پژوهش با مدل‌های برابری ریسک و هم‌وزن

سبد سهام / معیار عملکرد	برابری وزن	برابری ریسک	برابری ریسک بر مبنای امید چندکی
میانگین بازده هفتگی	۰/۰۲۲۱۵	۰/۰۲۲۱۷۹	۰/۰۲۲۲
متوسط بازده‌های منفی	-۰/۰۴۲۰۶	-۰/۰۳۹۶	-۰/۰۳۲۷۷
بیشترین ضرر هفتگی	-۰/۱۰۲۶۲	-۰/۰۹۱۰۵	-۰/۰۶۹۰۱
انحراف معیار بازده	۰/۰۵۰۴۷۸	۰/۰۴۹۰۰۶	۰/۰۴۰۲۱۵
ارزش در معرض ریسک (۰/۹۵)	۰/۰۷۳۸۴	۰/۰۷۰۲۶۱	۰/۰۶۱۰۹۶
ارزش در معرض ریسک شرطی (۰/۹۵)	۰/۰۸۲۳۷۵	۰/۰۷۸۵۵۳	۰/۰۶۷۵
نسبت شارپ	۰/۴۳۸۸۰۱	۰/۴۵۲۵۷۳	۰/۵۵۲۰۳۶
حداکثر افت سرمایه	۰/۳۹۹۲۴۹	۰/۳۸۴۸۵۵	۰/۲۹۴۳
نسبت کالمار	۱۷/۷۳۵۳۱	۱۸/۳۲۷۹۶	۲۴/۵۹۲۶

نتایج حاصل شده در جدول ۴ حاکی از عملکرد بهتر مدل پژوهش نسبت به دو مدل برابری ریسک معمولی و مدل هم‌وزن است. هر چند در متوسط بازده و بازده تجمعی، تفاوت چندانی بین سه مدل دیده نمی‌شود، اما در ملاک‌های سنجش ریسک، عملکرد بهتری از مدل برابری ریسک مبتنی بر امید چندکی دیده می‌شود.

با توجه به معیارهای متوسط بازده‌های منفی و بیشترین ضرر هفتگی مشاهده می‌شود که مدل پژوهش در مقابل ریزش‌های بازار مقاومت‌تر از دو مدل دیگر است. همچنین مدل برابری ریسک معمولی نیز مقاوم‌تر از مدل هم‌وزن است.

معیارهای عملکرد نسبت شارپ و نسبت کالمار نیز حاکی از بازده تعدیل شده مناسب استراتژی پژوهش نسبت به دو مدل دیگر است؛ بنابراین، سرمایه‌گذاران ریسک‌گریز با این استراتژی می‌توانند ریسک به اندازه‌تری داشته باشند.

کوچک‌تر بودن ارزش در معرض ریسک و ارزش در معرض ریسک شرطی مدل پژوهش در داده‌های تست نیز حاکی از مقاوت بیشتر سبد در برابر افت‌های بازار و در مجموع تحمل ریسک نامطلوب کمتر است.

۶- نتیجه‌گیری و پیشنهاد

در پژوهش حاضر مدل انتخاب سبد سهام برابری ریسک بر اساس امید چندکی مورد بررسی قرار گرفت.

بر خلاف ارزش در معرض ریسک و ارزش در معرض ریسک شرطی که تنها به توزیع بازده در دم پایینی متکی هستند، امید چندکی به عنوان یک معیار سنجش ریسک به شکل کلی تابع توزیع بازده وابسته است. از این رو، این امکان فراهم می‌آید تا علاوه بر بخش ضرر تابع بازده به بخش سود نیز توجه شود و پتانسیل‌های سودآوری نیز در محاسبه ریسک مورد ارزیابی قرار گیرد.

مدل برابری ریسک در انتخاب سبد سهام، وزن دارایی‌ها را چنان اختیار می‌کند که سهم ریسک دارایی‌ها از ریسک کل پورتفوی تا حد ممکن برابر شود. بنابراین، نوعی پوشش ریسک برای سبد در مقابل افت‌های شدید بازار ایجاد می‌شود. در پژوهش‌های صورت گرفته در موضوع بهینه‌سازی سبد برابری ریسک از انحراف معیار به عنوان سنجه ریسک استفاده شده است و پژوهش حاضر مدل، برابری ریسک را با معیار امید چندکی مورد بررسی قرار داد.

با توجه به همگن بودن امید چندکی، قضیه اویلر سهم ریسک هر دارایی را مورد محاسبه قرار داد. در

نهایت شرایط بهینگی کروش- کان- تاکر، مدل نهایی برابری ریسک بر مبنای امید چندکی را مطابق رابطه (۲۱) معرفی کرد. مدل نهایی یک مدل غیرخطی است که برای بهینه‌سازی آن از بسته نرم‌افزاری پایومو در زبان برنامه‌نویسی پایتون استفاده شد.

سبد سهام نمونه‌ای پژوهش از ۸ شاخص یا صنعت از بورس اوراق بهادار تهران در بازه ۱۳۹۰ تا ۱۴۰۰ تشکیل شد. استفاده از شاخص به مفهوم تشکیل یک سبد سهام متنوع از سهام موجود در آن صنعت است. به عنوان نمونه استفاده از شاخص خودرو به عنوان یک دارایی به این معنی است که زیرمجموعه این شاخص به صورت متنوع (متناسب با وزن آن‌ها در شاخص) خریداری شود. افق زمانی سبد سهام یک هفته‌ای است (برای دوره یک هفته بسته می‌شود) و هر هفته ۵ روز کاری در نظر گرفته شد.

نتایج بررسی عملکرد مدل در ۱۰۰ داده تست نشان می‌دهد که میانگین بازده هفتگی سه رویکرد انتخاب سبد سهام تقریباً یکسان است، اما مدل پژوهش در معیارهای متوسط بازده‌های منفی، بیشترین ضرر هفتگی، بازده تجمعی، انحراف معیار بازده، ارزش در معرض ریسک، ارزش در معرض ریسک (۰/۹۵)، نسبت شارپ، حداکثر افت سرمایه و نسبت کالمار دارای عملکرد بهتری نسبت به دو مدل هم‌وزن و برابری ریسک بر پایه انحراف معیار است. با توجه به اهمیت نسبت شارپ و کالمار برای سرمایه‌گذاران ریسک‌گریز، استفاده از این مدل به آن‌ها توصیه می‌شود.

۷- منابع

دولو، مریم؛ فدائی مولودی، حبیب‌اله؛ صفری طاهرخانی، علی. (۱۴۰۰). بررسی استراتژی تخصیص سهام بر اساس رویکرد ریسک برابر. نشریه *راهبرد مدیریت مالی*، ۹(۳۲)، ۵۳-۲۵.

میرمحمدی، سید ابراهیم؛ معدنچی زاج، مهدی؛ پناهیان، حسین؛ جباری، حسین. (۱۴۰۰). انتخاب سبد سهام با رویکرد ترکیبی برابری ریسک و تحلیل عاملی بر پایه تغییر رژیم مارکوف. *تصمیم‌گیری و پژوهش در عملیات*، ۷(۱)، ۱۲۱-۱۴۹.

Artzner, P., Delbaen, F., Eber, J. M., & Heath, D. (1999). Coherent measures of risk. *Mathematical finance*, 9(3), 203-228.

Bai, X., Scheinberg, K., & Tutuncu, R. (2015). Leastsquares approach to risk parity in portfolio selection. *Quantitative finance*, 16(3), 357-376.

Bellini, F., & Di Bernardino, E. (2017). Risk management with expectiles. *The European Journal of Finance*, *23*(6), 487-506.

Bellini, F., Cesarone, F., Colombo, C., & Tardella, F. (2021). Risk parity with expectiles. *European journal of operational research*, *291*(3), 1149-1163.

Bucher, C., & Osterrieder, J. (2021). Risk Parity for Multi-Asset Futures Allocation–A Practical Analysis of the Equal Risk Contribution Portfolio. *Available at SSRN 3858730*.

Caporin, M., Lisi, F., & Janin, M. (201. 2). A survey on four families of perfomance measures. *Working papers series*, 12, 1-26.

Chaves, D. B., Hsu, J. C., LI, F., & Shakernia, O. (2011). Risk parity portfolio vs. other asset allocation heuristic portfolios. *Journal of investing*, 20, 108-118.

Choi, J., Kim, H., & Kim, Y. S. (2021). Diversified reward-risk parity in portfolio construction. *arXiv preprint arXiv:2106.09055*.

Costa, G., & Kwon, R. H. (2019). Risk parity portfolio optimization under a Markov regimeswitching framework. *Quantitative finance*, 19(3), 453-471.

Costa, G., & Kwon, R. H. (2022). Data-driven distributionally robust risk parity portfolio optimization. *Optimization Methods and Software*, *37*(5), 1876-1911.

DeMiguel, V., Garlappi, L., & Uppal, R. (2009). Optimal versus naive diversification: How inefficient is the 1/N portfolio strategy?. The review of Financial studies, 22(5), 1915-1953.

Gambeta, V., & Kwon, R. (2020). Risk return trade-off in relaxed risk parity portfolio optimization. *Journal of risk and financial management*, *13*(10), 237.

Kim, H., & Kim, S. (2021). Reduction of estimation error impact in the risk parity strategies. *Quantitative Finance*, *21*(8), 1351-1364.

Lee, W. (2011). Riskbased asset allocation: a new answer to an old question? *The journal of portfolio management*, 37(4), 11-28.

Mirmohammadi, M., Madanchi, M., Panahian, H., & Jabbary, H. (2021). Stock Portfolio Optimization Using a Combined Approach of Relative Robust Risk Parity. *Iranian Journal of Finance*, 5(4), 87-106.

Molyboga, M. (2020). A modified hierarchical risk parity framework for portfolio management. *The journal of financial data science*, *2*(3), 128-139.

Nakagawa, K., Kawahara, T., & Ito, A. (2020). Asset allocation strategy with non-hierarchical clustering risk parity portfolio. *Journal of Mathematical Finance*, *10*(4), 513-524.

Newey, W. K. and Powell, J. L. (1987). Asymmetric least squares estimation and testing. *Econometrica*, 55(4), 819-847.

Pflug, G. C. (2000). Some remarks on the valueatrisk and the conditional valueatrisk. In Probabilistic constrained optimization (pp. 272281). Springer, Boston, MA.

Ren, R., Lu, M. J., Li, Y., & Härdle, W. K. (2022). Financial Risk Meter FRM based on Expectiles. *Journal of Multivariate Analysis*, *189*, 104-881.

Roncalli, T. (2013). *Introduction to risk parity and budgeting*. CRC Press.

Roncalli, T., & Weisang, G. (2016). Risk parity portfolios with risk factors. *Quantitative Finance*, *16*(3), 377-388.

Satchell, S. (2009). *Optimizing optimization: the next generation of optimization applications and theory*. Academic Press.

Zastawniak, M. C. T. (2003). *Mathematics for Finance: An Introduction to Financial Engineering*.

پژوهشگاه علوم انسانی و مطالعات فرهنگی
پرتال جامع علوم انسانی