فصلنامه پژوهش‌ها و سیاست‌های اقتصادی
سال بیست و چهارم، شماره ۷۷، بهار ۱۳۹۵، صفحات ۶۲-۳۷

سیاست پولی و مالی بهینه در ایران براساس الگوی نسل‌های همپوشان

مجید دشتبان فاروجی
استادیار گروه اقتصاد دانشگاه بجنورد (نویسنده مسئول)
majiddashtbanf@gmail.com

امیر جباری
استادیار گروه اقتصاد دانشگاه زنجان
amir_jabbari@znu.ac.ir

چکیده

مقاله حاضر به مطالعه سیاست‌های پولی و مالی بهینه در مدل‌های نسل‌های همپوشان با محدودیت‌های پیشاپیش نقد می‌پردازد. به کمک یک تعادل بین‌دوره‌ای، نحوه تمرکززدایی مسیر رشد بهینه با استفاده از ابزارهای سیاستی در دسترس (یعنی مالیات بر دستمزد، مالیات بر سرمایه، بدهی عمومی و خلق پول) بررسی می‌شود. نتایج نشان می‌دهد که نرخ مالیات بر سرمایه همواره کوچک‌تر از سهم مخارج دولت از تولید است؛ اما در حالت خاصِ قاعده فریدمن این دو نرخ با یکدیگر مساوی می‌شوند. نتایج مؤید آن است که اگر دولت به یک اندازه مراقب همه نسل‌ها باشد، نرخ مالیات بر دستمزد همان سهم مخارج دولت از تولید است. برای کالیبره کردن مدل، علاوه بر مقادیر پارامترهای مطالعات انجام شده، از مقادیر شروع متغیرها در سال ۱۳۹۲ش استفاده شد. نتایج حاصل از کالیبره کردن مدل برای اقتصاد ایران نیز نشان می‌دهد که تقریباً ۳۰ دوره طول می‌کشد که اقتصاد به وضعیت یکنواخت برسد، منتها مقایسه وضعیت جاری و وضعیت یکنواخت حکایت از افزایش ۸ درصدی و ۳۲ درصدی در موجودی سرمایه سرانه و بدهی عمومی سرانه در وضعیت یکنواخت دارد.

طبقه‌بندی JEL: *H55, E62, E52*.

واژه‌های کلیدی: *سیاست پولی، سیاست مالی، انباشت سرمایه.*

*** تاریخ دریافت: ۱۳۹۴/۹/۱۵ تاریخ پذیرش: ۱۳۹۵/۱/۲۳**

۱. مقدمه

سیاست‌های پولی و مالی یکی از ابزارهای قوی در اختیار سیاستگذاران است که تأثیر آن بر متغیرهای اقتصادی گاهی غیرقابل انتظار و ناخواسته است. برای اعمال یک سیاست پولی موفقیت‌آمیز، لازم است مقامات پولی ارزیابی صحیحی از زمان و میزان تأثیر این سیاست بر متغیرهای اقتصادی داشته باشند. برای این منظور، درک و شناخت کافی ابزارها و مکانیزم‌هایی که از طریق آن سیاست‌های مذکور بر بخش‌های اقتصادی تأثیر می‌گذارد، ضروری است. درخصوص تأثیر سیاست پولی بر بخش حقیقی اقتصاد، عموماً متغیرهای تولید و اشتغال بیش از سایر متغیرها مورد تأکید قرار می‌گیرند. در این راستا، متغیرهای تورم و نرخ بهره مهم‌ترین عامل تغییر در متغیرهای اسمی و حقیقی ارزیابی می‌شود. با توجه به اینکه تغییرات نرخ بهره اثرات چشمگیری بر تصمیم‌گیری عاملان اقتصادی دارد، به‌عنوان یکی از متغیرهای سیاستگذاری در اقتصاد کلان مطرح و همواره مدنظر دولتمردان اقتصادی بوده و توجه بسیاری از کارگزاران و عاملان اقتصادی را به خود جلب نموده است.

گرچه امروزه تحقیقات شایان توجهی به توصیف سیاست‌های پولی و مالی بهینه اختصتص یافته، اما دو موضوع متفاوت به‌طورگسترده‌ای در انزوا بسط پیدا کرده است. به‌طورکلی، تحقیقات نو درخصوص سیاست مالی بهینه از جنبه‌های پولی اقتصاد ناشی می‌شود، این پژوهش‌ها تلویحاً نقش مفیدی برای سیاست پولی قائل نیست. وقتی سیاست پولی در چارچوب تئوری سیاست مالی بهینه درنظر گرفته شود (مثلاً در بافت مدل‌ها با قیمت‌های انعطاف‌پذیر)؛ به دو دلیل سیاست پولی حائز اهمیت می‌گردد: دلیل اول این است که سطح نرخ بهره اسمی – و در نتیجه، هزینه فرصت نگهداری پول– مبین میزان تغییراتی است که از تلاش برای حفظ مانده واقعی پول ناشی می‌شود. دلیل دوم این است که نحوه تغییر سطح قیمت در پاسخ به اختلالات واقعی، تعیین کننده بهره‌مندی‌های واقعی تصادفی بر روی بدهی اسمی دولت (بدون ریسک) است؛ این امر موجب هموارسازی مالیات در فقدان بدهی تصادفی دولت می‌شود. در مقابل پژوهش‌های مربوط به سیاست پولی بهینه تماماً با اهداف متمایزی برای سیاست تثبیت پولی مرتبط است؛ یعنی، حداقل‌سازی اختلالات حاصله از قیمت‌ها یا دستمزدهایی که برای تسویه بازار به سرعت کافی تعدیل نمی‌شوند. در عین حال، این ادبیات نوعاً نتایج مالی به دست آمده از سیاست‌های پولی مختلف را نادیده می‌گیرد؛ بنابراین، در چنین وضعیتی ویژگی‌های سیاست پولی بهینه فقط در دنیایی صادق است که مالیات‌های یکجا وجود داشته باشد.

در مقالات بسیاری نظیر ویز[1] (۱۹۸۰)، گیل[2] (۱۹۸۳)، ایبل[3] (۱۹۸۷) و یاکیتا[4] (۱۹۸۹) برای مطالعه سیاست پولی بهینه، خنثایی پول و قاعده فریدمن، پول وارد تابع مطلوبیت می‌شود. مشکل اصلی چنین روشی آن است که دلایل ورود پول در تابع مطلوبیت توضیح داده نشده است. ضعف دیگر این روش، لحاظ فرض سطح اشباع مانده واقعی پول است. بدون چنین فرضی مطالعه سیاست پولی بهینه بسیار دشوار است. در این مطالعات پژوهشگران برای مطالعه اقتصادهای پولی به معرفی اصطکاک‌های مربوطه در این زمینه می‌پردازند.

دلیل اصلی چرایی نگهداری پول، نقدینگی بیشتر آن نسبت به سایر دارایی‌هاست. بنابراین، برای لحاظ تفاوت بین دارایی‌های نقد و غیر نقد (مشابه با سارجنت[5]، ۱۹۸۷) محدودیت پیشاپیش نقد معرفی می‌شود. مطالعات اندکی مباحث پولی را در چارچوب مدل‌های نسل‌های همپوشان با محدودیت پیشاپیش نقد ارائه کرده‌اند. معرفی محدودیت‌های پیشاپیش نقد در مدل‌های نسل‌های همپوشان نسبت به مدل‌هایی که افراد طول عمر نامحدود دارند، ساده‌تر و قوی‌تر است. در چنین مدل‌هایی مطالعه سیاست‌های بهینه پولی، مسیرهای تعادلی زیربهینه ایجاد می‌کند که برای کاربست نتایج بلندمدت و بین نسلی سیاست‌های گوناگون مناسب است. علاوه بر این، در مدل‌های OLG[6]، به سبب وجود گروه‌های سنی مختلف، افراد به‌طور طبیعی ناهمگن هستند که این امر می‌تواند نتایج مهمی در طراحی سیاست پولی به‌همرا داشته باشد.

مطالعات خارجی متعددی را می‌توان در زمینه سیاست‌های پولی و مالی بهینه ملاحظه کرد. برای مثال کوریا، نیکولینی و تلس[7] (۲۰۰۳)، اشمیت-گروهی و ایریبه[8] (۲۰۰۴) و سو[9] (۲۰۰۴) سیاست‌های پولی و مالی بهینه را در بافت مدل‌ها با قیمت‌های چسبنده بررسی کرده‌اند. درخصوص کارایی و مؤثر بودن سیاست‌های پولی و مالی نیز دیدگاه‌های متفاوتی وجود دارد. در الگوی کینزین‌ها با فرض انعطاف‌ناپذیری دستمزدهای اسمی سیاست‌های مالی مؤثر است و به نظر آنان در وضعیت رکودی کاهش نرخ بهره و افزایش حجم پول تأثیر چندانی بر توسعه سرمایه‌گذاری و فعالیت‌های اقتصادی

1. Weiss, L.
2. Gale, D.
3. Abel, A. B.
4. Yakita, A.
5. Sargent, T. J.
6. Overlapping Generation Models
7. Correia, Nicolini & Teles
8. Schmitt- Grohe & Uribe
9. Siu

ندارد. اما در نظریه پولی‌گرایان سنتی به رهبری میلتون فریدمن[1] با ترکیب نظریه فیلیپس و مفهوم انتظارات تطبیقی، نشان دادند که سیاست‌های پولی به شکل هدف‌گذاری نرخ پایین رشد حجم پول در کوتاه‌مدت، قادر است از کانال کاهش نرخ بهره، شرایط لازم را برای کاهش نرخ بیکاری و افزایش تولید فراهم نماید. پترسون و لرنر[2] (۱۹۷۱) نشان دادند که بانک مرکزی می‌تواند از طریق قاعده پولی و کنترل بهینه رشد حجم پول، در کوتاه‌ترین زمان ممکن اقتصاد را به رشد باثبات برساند. اما لوکاس، سارجنت و والاس[3] با ارائه مقالات متعدد، با فرض تشکیل انتظارات به روش عقلایی، بی‌تاثیر بودن سیاست‌های پیش‌بینی‌شده حتی درکوتاه‌مدت را بررسی کرده‌اند (جعفری صمیمی و طهرانچیان، ۱۳۸۳).

کیدلند و پرسکات[4] (۱۹۷۷) بحثی را شروع کردند که بعدها بارو و گوردن[5] (۱۹۸۳) آن را ادامه دادند. آنها مسئله تورش تورم ناشی از یک سیاست پولی صلاحدیدی را مطرح کردند که انگیزه‌هایی جهت ایجاد تورم به منظور دستیابی به برخی اهداف مطلوب دیگر داشت. در این چارچوب التزام به قاعده سیاست پولی می‌تواند محدودیت‌های لازم برای تصحیح این تورش تورم ایجاد نماید.

در مورد سیاست پولی بهینه مطالعات تجربی زیادی انجام شده است. جوندیو و لی‌بی‌هان[6] (۲۰۰۲)، دو مدل اقتصاد کلان کوچک را با اجزای آینده‌نگر برای اقتصاد آمریکا و آلمان برآورد کردند. نتیجه مطالعه آنها، واکنش سخت سیاست پولی بهینه به نرخ تورم به همان اندازه شکاف تولید است. گاندر[7] (۲۰۰۳)، با بررسی سیاست پولی بهینه تحت هدف‌گذاری تورم، یک قاعده ابزاری را براساس یک مدل اقتصاد کلان تصادفی ساده ارائه می‌کند. وی در چارچوب یک مدل آینده‌نگر، تابع زیان اقتصادی را حداقل و مقادیر بهینه پارامترها را در قاعده ابزاری به‌دست می‌آورد. این مطالعه نشان می‌دهد که اندازه پارامتر سیاستی بستگی به حالت نااطمینانی، ترجیحات سیاست‌گذاران و، همچنین، پارامترهای مدل دارد. گلاین[8] (۲۰۰۷)، با هدف بررسی قاعده بهینه سیاست پولی برای بانک مرکزی اروپا یک مسئله حداقل‌سازی تابع زیان را شامل تورم، شکاف تولید و وقفه‌های نرخ بهره حل می‌کند. بر این اساس قاعده سیاستی در کوتاه‌مدت نشان می‌دهد که پاسخ نرخ بهره به تورم جاری کمتر از یک

1. Milton Friedman
2. Peterson & Lerner
3. Lucas, Sargeant & Wallace
4. Kydland & Prescott
5. Barro & Gordon
6. Jondeau & Le Bihan
7. Guender
8. Gelain

است. نتایج مطالعه نشان می‌دهد که اگر بانک مرکزی اروپا بخواهد تغییرات تورم را به شدت تعدیل کند، باید ناکارایی ناشی از تغییرات شکاف تولید را بپذیرد. بدین سبب برای بانک مرکزی اروپا بهینه خواهد بود که از یک سیاست تدریجی برای هموارسازی نرخ تورم استفاده نماید. ماتسینی و نیستیکو[1] (۲۰۱۰)، در مقاله‌ای با عنوان «روند رشد و سیاست پولی بهینه» ، رفتار بهینه بانک مرکزی را در یک اقتصاد با رشد متوازن بررسی کردند. آنها نشان دادند که چگونه روند رشد بر پویایی‌های تورم، ترجیحات بانک مرکزی حداکثرکننده رفاه و سیاست پولی بهینه اثر می‌گذارد. همچنین، نشان دادند که سیاست پولی بهینه به شوک‌های فشار هزینه واکنش نشان می‌دهد و این واکنش برای همه کشورها ثابت و یکسان نیست.

کانزنوری، کامبی و دیبا[2] (۲۰۱۱) به بررسی مقوله‌های اثباتی و دستوری عکس‌العمل بین سیاست پولی و مالی می‌پردازند. آنها نشان می‌دهند که از دیدگاه اثباتی، بازی‌های غیرهمکارانه بین دولت و بانک مرکزی از طریق بررسی الزامات سیاست پولی و مالی منجر به لنگر اسمی پایدار می‌شود، درحالی که از منظر دستوری، راه‌حل همکاری به تخصیص رمزی منتهی می‌گردد. به‌طورکلی، مضمون اصلی بر درجه بهینگی ثبات قیمت و همکاری سیاست پولی و مالی مبتنی است.

باتاری و ایگورو[3] (۲۰۱۶) در مقاله‌ای با عنوان «سیاست پولی و مالی بهینه در کران پایینی صفر در یک اقتصاد باز کوچک» نشان دادند که در نرخ‌های بهره مثبت، کشش تجاری اثرات اندکی بر روی سیاست بهینه دارد. در مقابل، در کران پایینی صفر، کشش تجاری، نقشی کلیدی در رهنمون‌های سیاست بهینه ایفا می‌کند. در واقع، روش تعیین سیاست توسط کشش تجاری، به توانایی دولت بستگی دارد. تحت صلاحدید، افزایش مخارج دولت در کران پایینی صفر به‌شدت به کشش تجاری وابسته است. تحت تعهد، اگر کشش تجاری بزرگ باشد، تفاوت بین سیاست‌های آینده و جاری برای تورم داخلی و مخارج دولت کوچک خواهد بود.

خلیلی عراقی، شکوری و زنگنه (۱۳۸۸)، قاعده سیاست بهینه پولی برای اقتصاد ایران را با استفاده از روش‌های کنترل بهینه با این فرض که سیاستگذار از نرخ بهره به عنوان ابزار سیاستی استفاده می‌کند، استخراج کرده‌اند. برای این منظور یک مدل دینامیک تصادفی شامل انتظارات عقلایی برای اقتصاد کشور، ارائه و پارامترهای آن با توجه به مقادیر ضرایب به دست آمده در مطالعات قبلی تنظیم شده است. نتایج نشان می‌دهد که رفتار بهینه سیاستگذار این است که نرخ بهره

1. Mattesini & Nistico
2. Canzoneri, Cumby & Diba
3. Bhattarai & Egorov

را باید در پاسخ به نوسان مثبت در تورم، تولید و حجم پول، افزایش و در پاسخ به شوک تکنولوژی کاهش داد. آنها نشان می‌دهند که تحت هیچ یک از سناریوهای در نظر گرفته شده برای تابع زیان سیاستگذار، قاعدهٔ بهینه سیاستی نرخ بهره شامل واکنش به قیمت دارایی‌ها نمی‌شود.

فرازمند، قربان‌نژاد و پورجوان (۱۳۹۲) در مقاله‌ای به تعیین قواعد سیاست پولی و مالی بهینه به منظور تثبیت تولید، تورم و توزیع درآمد همزمان با اجرای طرح اصلاح قیمت حامل‌های انرژی پرداختند. آنها با استفاده از نظریه کنترل بهینه تابع زیان سیاستگذاران پولی و مالی نشان دادند که با استفاده از قواعد بهینه پولی و مالی می‌توان وضعیت متغیرهای کلان اقتصادی مورد هدف را حتی در زمان اجرای طرح اصلاح قیمت حامل‌های انرژی بهبود بخشید. با اتخاذ این قواعد بهینه می‌توان به مهار تورم به عنوان یکی از مهم‌ترین معضلات اقتصاد ایران پرداخت؛ ضمن آنکه وضعیت متغیرهای کلان دیگر همچون رشد اقتصادی و توزیع درآمد را نیز بهبود بخشید.

مقاله حاضر با الهام از مدل دیاموند[1] به مطالعه سیاست‌های پولی و مالی بهینه در مدل‌های نسل-های همپوشان با محدودیت‌های پیشاپیش نقد[2] می‌پردازد. به کمک یک تعادل بین‌دوره‌ای، نحوه تمرکززدایی مسیر رشد بهینه با استفاده ابزارهای سیاستی در دسترس (یعنی، مالیات بر دستمزد، مالیات بر سرمایه، بدهی عمومی و خلق پول) بررسی می‌شود. از این‌رو، مطالعه حاضر در ۴ بخش ارائه می‌شود. بعد از مقدمه، بخش دوم به مبانی نظری الگوی مورد نظر (تصریح الگو)، تعادل پیش‌بینی کامل، رشد بهینه و سیاست‌های پولی و مالی بهینه می‌پردازد. در بخش سوم کالیبره کردن الگوی تدوین شده مطرح و، سرانجام، بخش چهارم جمع بندی و نتیجه‌گیری را ارائه می‌دهد.

۲. تصریح الگو[3]

۲-۱. مصرف‌کنندگان

الگوی نسل‌های همپوشان دو دوره‌ای را در نظر بگیرید. فرض می‌شود هر فرد برای دو دوره زندگی می‌کند. اولین دوره از زمان شروع کار تا بازنشستگی را شامل می‌شود. در این دوره، افراد به‌واسطه کاری که ارائه می‌دهند دستمزد دریافت می‌کنند. دومین دوره، از زمانی که فرد بازنشسته می‌شود تا هنگام مرگ را شامل می‌شود که دوره بازنشستگی نامیده می‌شود. در هر دوره t، N_t فرد متولد می-

1. Diamond
2. Cash-in-advance
۳. الگوی دیاموند به‌کار رفته در مقاله حاضر از کتاب *A Theory of Economic Growth: Dynamic and Policy in Overlapping Generations*، نوشته کروی (Croix) و میچل (Michel) الهام گرفته شده است.

شوند. فرض می‌شود که نرخ رشد جمعیت ثابت و برابر n است؛ به طوری‌که $\forall t \geq 1$ $N_t = (1+n)N_{t-1}$.
بنابراین، در دوره $t=0$، N_0 فرد جوان و N_{-1} فرد مسن وجود دارد.

تابع مطلوبیت سیکل زندگی فردی که در زمان t متولد می‌شود، عبارت است از:

$$U = U(c_t, d_{t+1}) \qquad (۱)$$

c_t و d_{t+1} به‌ترتیب مصارف فرد i در دوره t (دوره کاری) و دوره t+۱ (دوره بازنشستگی) هستند. تابع $U : R^2_{++} \longrightarrow R_+$ فزاینده، دو بار مشتق‌پذیر و اکیداً شبه مقعر است. همچنین، فرض می‌شود که:

$$\lim_{c \to 0^+} U_c(c,d) = +\infty, \quad \forall\, d > 0$$

و

$$\lim_{d \to 0^+} U_d(c,d) = +\infty, \quad \forall c > 0$$

به طوری که $U_c(c,d)$ و $U_d(c,d)$ به‌ترتیب مشتق جزئی U نسبت به c و d را نشان می‌دهند. افراد به‌طور بی‌کششی یک واحد نیروی‌کار در طول جوانی عرضه کرده و در سن پیری بازنشسته می‌شوند. محدودیت‌های بودجه در مقابل افراد به‌صورت زیر است:

$$c_t + s_t + \frac{M_t}{P_t} = w_t(1-\tau'_t) \qquad (۲)$$

$$d_{t+1} = (1-\tau_{t+1})R_{t+1}s_t + \frac{M_t}{P_{t+1}} \qquad (۳)$$

در معادلات بودجه، s_t پس‌اندازهای غیرپولی واقعی[۱]، $\frac{M_t}{P_t}$ مانده واقعی پول، w_t دستمزد واقعی، R_{t+1} نرخ بازده ناخالص بر روی پس‌اندازهای سرمایه‌گذاری به صورت سرمایه، τ'_t نرخ مالیات بر دستمزد و τ_{t+1} نرخ مالیات بر سرمایه می‌باشند. برای توجیه منطقی نگهداری پول، محدودیت پیشاپیش نقد ارائه شده از سوی سولو- هان به‌صورت زیر در نظر گرفته می‌شود:

$$M_t \geq \mu P_{t+1} d_{t+1}$$

---

۱. توجه کنید که s_t هم به‌عنوان سرمایه و هم به‌صورت اوراق بهادار سرمایه‌گذاری می‌شود. از این‌رو، پس‌انداز کل به‌صورت $\sigma_t = s_t + M_t / P_t$ تعریف می‌شود. در ضمن توجه داشته باشید که P_{t+1} ارزش انتظاری قیمت برای افراد در دوره t است که بنا به فرض پیش‌بینی کامل بیانگر ارزش تحقق‌یافته آن نیز می‌باشد.

در اینجا μ یک پارامتر مثبت کوچک‌تر از واحد است. در چارچوب الگوی نسل‌های همپوشان دو دوره‌ای، اگر تمام مصرف دوره دوم، $P_{t+1}d_{t+1}$، توسط میزان پول M_t تأمین مالی شود، در این صورت، پس‌اندازهای کل به شکل پول خواهد بود و هیچ انباشت سرمایه ای اتفاق نمی‌افتد. از این‌رو، $\mu < 1$ وجود پس‌اندازهای بهره‌ور را امکان‌پذیر می‌سازد. این فرض بیانگر این ایده است که افراد باید بین دو دوره نسبتی از ارزش مصرف دوره دومشان را به شکل پول نگهداری کنند. به‌دلیل اینکه دوره‌ها معمولاً سی ساله در نظر گرفته می‌شود، فرض می‌شود که فرد به یک حداقل میزان پول به‌منظور مصرف در شروع دوره نیازمند است. فرض می گردد که محدودیت نقدینگی اجباری است. به‌عبارت دیگر:

$$M_t = \mu P_{t+1} d_{t+1} \qquad (۴)$$

محدودیت نقدینگی که با تساوی (۴) برقرار می‌شود، محدودیت پیشاپیش نقد نامیده می‌شود. در تعادل، بازده روی پس‌اندازهای سرمایه‌گذاری شده به‌صورت سرمایه حداقل مساوی با بازده روی پس-اندازهای پولی است، یعنی:

$$(1-\tau_{t+1}) R_{t+1} \geq \frac{P_t}{P_{t+1}} \qquad (۵)$$

اگر این نابرابری برآورده نشود بازده روی پول بزرگ‌تر از بازده روی سرمایه است و همه پس-اندازها به شکل پول خواهند بود و هرگز انباشت سرمایه‌ای پدیدار نمی‌شود. بنابراین، نابرابری فوق را می‌توان محدودیتی روی سیاست دولت تلقی کرد.

در معادله (۴)، P_{t+1} ارزش انتظاری قیمت در دوره t است. در تعادل پیش‌بینی کامل، این ارزش انتظاری همان ارزش تحقق یافته است. باتوجه به معادلات (۲)، (۳) و (۴) محدودیت بودجه طول عمر عبارت است از:

$$c_t + \frac{d_{t+1}}{\rho_{t+1}} \equiv c_t + [\frac{1-\mu}{(1-\tau_{t+1}) R_{t+1}} + \frac{\mu P_{t+1}}{P_t}] d_{t+1} = w_t (1-\tau_t') \qquad (۶)$$

ρ_{t+1} بازده ناخالص روی پس‌انداز کل $\sigma_t = s_t + \frac{M_t}{P_t}$ است. لذا داریم:

$$\frac{1}{\rho_{t+1}} = \frac{1-\mu}{(1-\tau_{t+1}) R_{t+1}} + \frac{\mu P_{t+1}}{P_t} \qquad (۷)$$

در واقع، محدودیت‌های در مقابل هر فرد را می‌توان به صورت زیر نوشت: $c_t + \sigma_t = w_t (1-\tau_t')$

و $d_{t+1} = \rho_{t+1}\sigma_t$. مسئله حداکثرسازی هر فرد عبارت است از:

$$\underset{0\le\sigma_t\le w_t(1-\tau_s)}{Max}\ U\left(w_t(1-\tau_t')-\sigma_t\ ,\rho_{t+1}\sigma_t\right)$$

با توجه به فروض مطرح شده روی U، تابع پس‌انداز کل دیاموند $\sigma_t = \sigma\left(w_t(1-\tau_t'),\rho_{t+1}\right)$ از حل شرایط مرتبه اول حداکثرسازی به‌دست می‌آید:

$$U_c\left(w_t(1-\tau_t')-\sigma_t\ ,\rho_{t+1}\sigma_t\right)=\rho_{t+1}U_d\left(w_t(1-\tau_t')-\sigma_t\ ,\rho_{t+1}\sigma_t\right) \qquad (۸)$$

بنابراین خواهیم داشت:

$$\sigma_t = \sigma\left(w_t(1-\tau_t'),\rho_{t+1}\right) \qquad (۹)$$

$$c_t = w_t(1-\tau_t')-\sigma\left(w_t(1-\tau_t'),\rho_{t+1}\right) \qquad (۱۰)$$

$$d_{t+1} = \rho_{t+1}\sigma\left(w_t(1-\tau_t'),\rho_{t+1}\right) \qquad (۱۱)$$

از آنجا که

$$\sigma_t = s_t + \frac{M_t}{P_t} \qquad (۱۲)$$

و

$$M_t = \mu P_{t+1}d_{t+1}$$

می‌باشند، انتخاب بهینه پس‌اندازهای واقعی سرمایه‌گذاری‌شده عبارت است از:

$$s_t = \sigma_t - \frac{\mu P_{t+1}}{P_t}d_{t+1} \qquad (۱۳)$$

در زمان صفر N_{-1} فرد مسن مانده واقعی یکسانی معادل با M_{-1} نگهداری می‌کنند و سطح مصرف آنها عبارت است از:

$$d_0 = \left(1-\tau_0\right)R_0 s_{-1} + \frac{M_{-1}}{P_0} \qquad (۱۴)$$

۲-۲. بنگاه‌ها

فرض می‌کنیم که در هر دوره t یک بنگاه رقابتی وجود دارد که مقدار Y_t واحد کالا را بر اساس تابع تولید با دو نهاده سرمایه (K_t) و نیروی‌کار (L_t) تولید می‌کند:

$$Y_t = F(K_t, L_t) \qquad (۱۵)$$

فرض می‌شود که تابع $F: R_{++}^{2} \longrightarrow R_{+}$ فزاینده، به‌طور پیوسته دوبار مشتق‌پذیر و مقعر بوده و معرف بازده ثابت نسبت به مقیاس است. همچنین سرمایه به‌طور کامل در دوره تولید مستهلک می‌شود. موجودی سرمایه دوره t (یعنی، K_t) نیز به وسیله پس‌اندازهای نسل متولد شده در دوره t-۱ تعیین می‌شود: $K_t = N_{t-1} s_{t-1} - B_{t-1}$. با فرض اینکه به نیروی‌کار L_t مورد استفاده در تولید دستمزد حقیقی w_t پرداخت گردد، سود بنگاه عبارت است از:

$$\Pi_t = Y_t - R_t K_t - w_t L_t$$

بنگاه نیروی‌کار را تا جایی استخدام می‌کند که تولید نهایی نیروی‌کار با نرخ دستمزد و سرمایه را تا جایی اجاره می‌کند که تولید نهایی سرمایه با نرخ بهره برابر شود. به عبارت دیگر:

$$w_t = F_L(K_t, L_t)$$

و

$$R_t = F_K(K_t, L_t)$$

۲-۳. دولت

فرض کنید مخارج دولت درصدی از تولید کل در زمان t باشد؛ به‌عبارت دیگر

$$G_t = \nu Y_t \qquad (۱۶)$$

که در اینجا $0 < \nu < 1$ است. درواقع، این فرض بدان معناست که مخارج دولت به‌منزله یک عامل مکمل در تابع تولید وارد می‌شود؛ یعنی، تابع تولید اقتصاد در دوره t عبارت است از: $Y_t = Min\{F(K_t, L_t), (G_t / \nu)\}$.

به‌منظور تأمین مالی مخارج عمومی، دولت ۴ ابزار در اختیار دارد: مالیات بر دستمزد، مالیات بر سرمایه، خلق پول و اوراق قرضه عمومی، با سررسید یک دوره. در دوره t، ارزش واقعی موجودی اوراق قرضه عمومی دوره قبل B_{t-1} و موجودی اسمی پول در اقتصاد $\bar{M}_{t-1}$ است. فرض می‌شود بازدهی واقعی روی اوراق قرضه عمومی با بازدهی واقعی R_t روی سرمایه‌گذاری خصوصی در سرمایه مساوی است. ازاین‌رو، دولت در دوره t بایستی به‌میزان $\nu Y_t + R_t B_{t-1}$ بپردازد.

دریافتی‌های مالیاتی دولت، مالیات بر دستمزد $\tau_t' N_t w_t$ و مالیات بر درآمد سرمایه $\tau_t R_t N_{t-1} s_{t-1}$ می‌باشند. موجودی کل پول $\bar{M}_t$ است که به‌وسیله هر فرد جوان به‌صورت سهم‌های مساوی نگاه داشته می‌شود:

$$\bar{M}_t = N_t M_t \qquad (۱۷)$$

فرض می‌شود خلق پول با نرخ λ_t تحقق می‌یابد، به‌طوری‌که $\bar{M}_t = (1+\lambda_t)\bar{M}_{t-1}$ است.

باتوجه به این دریافتی‌ها و پرداختی‌ها، محدودیت بودجه دولت عبارت است از:

$$\nu Y_t + R_t B_{t-1} = B_t + \tau_t' N_t w_t + \tau_t R_t N_{t-1} s_{t-1} + \frac{\lambda_t \bar{M}_{t-1}}{P_t} \qquad (۱۸)$$

فرض می‌کنیم اوراق قرضه B_t که بوسیله افراد جوان در دوره t خریداری می‌شود بیشتر از پس‌انداز آنها نیست. به عبارت دیگر، برای سرمایه‌گذاری مثبت بایستی $N_t s_t > B_t$ باشد. در واقع، افراد جوان مابقی پس‌اندازهای خود را در بنگاه سرمایه‌گذاری می‌کنند؛ از این‌رو داریم: $K_{t+1} = N_t s_t - B_t$.

۲-۴. تعادل بین دوره‌ای با پیش‌بینی کامل

فرض می‌کنیم در هر دوره همه بازارها در تعادل هستند. چهار بازار در نظرگرفته می‌شود: بازار کار، بازار پول، بازار سرمایه و بازار کالا. تعادل در بازار کالا مستلزم آن است که $L_t = N_t$ باشد. برای سهولت موجودی سرمایه را به صورت سرانه تعریف می‌کنیم، یعنی $k_t = K_t / N_t$. در این‌صورت مقادیر تعادلی دستمزد و بازدهی روی پس‌انداز عبارتند از:

$$w_t = F_L(k_t, 1) \text{ و } R_t = F_K(k_t, 1) \qquad (۱۹)$$

موجودی سرمایه دوره t+۱ نتیجه پس‌اندازهای بهره‌ور افراد نسل t است:

$$K_{t+1} = N_t s_t - B_t \qquad (۲۰)$$

شرط تعادل بازار کالا مستلزم آن است که مقدار کل کالای تولید شده مساوی با مجموع مقادیر مصرف‌شده بوسیله افراد جوان و مسن، دولت و کالاهای سرمایه‌گذاری شده به صورت سرمایه است:

$$N_t c_t + N_{t-1} d_t + K_{t+1} + \nu Y_t = Y_t$$

و در نتیجه

$$N_t c_t + N_{t-1} d_t + K_{t+1} = (1-\nu) F(K_t, N_t) \qquad (۲۱)$$

توجه کنید که اولین دوره (یعنی دوره t=۰) دارای خصوصیات زیر است. با مفروض بودن مقادیر اولیه $K_0, B_{-1}, \bar{M}_{-1}$، سطح $\bar{M}_{-1}$ بطور مساوی بین N_{-1} فرد مسن تقسیم می‌شود. از این‌رو، از معادله (۱۴) می‌توان نوشت:

$$d_0 = (1-\tau_0) R_0 \left(\frac{K_0 + B_{-1}}{N_{-1}}\right) + \frac{\bar{M}_{-1}}{N_{-1} P_0} \qquad (۲۲)$$

تعادل بین دوره‌ای را می‌توان صرفاً برحسب متغیرهای حقیقی بیان کرد. برای این منظور ابتدا نشان می‌دهیم که P_t تابعی از متغیرهای حقیقی بوده و محدودیت بودجه دولت همان وضعیت تعادلی

بازار کالا است. با توجه به محدودیت بودجه دوره دوم [معادله (۳)] و محدودیت پیشاپیش نقد (۴) خواهیم داشت:

$$d_{t+1}=\frac{(1-\tau_{t+1})R_{t+1}(s_t+\tau_s w_t)}{1-\mu} \qquad (۲۳)$$

و نیز داریم:

$$(1-\mu)\frac{M_t}{P_{t+1}}=\mu(1-\tau_{t+1})R_{t+1}s_t \qquad (۲۴)$$

با توجه به معادلات (۱۷) و (۲۴) سطح تعادلی قیمت‌ها عبارت است از:

$$P_{t+1}=\frac{(1-\mu)\bar{M}_t}{\mu(1-\tau_{t+1})R_{t+1}N_t s_t} \qquad (۲۵)$$

به طریق مشابه می‌توانیم متغیر P_t از معادله نرخ بازده روی پس‌انداز کل σ_t حذف کرد:

$$\frac{1}{\rho_{t+1}}=\frac{1-\mu}{(1-\tau_{t+1})R_{t+1}}+\mu\left(\frac{1+\lambda_t}{1+n}\right)\frac{d_t}{d_{t+1}} \qquad (۲۶)$$

عبارت فوق را می‌توان با استفاده از محدودیت‌های پیشاپیش نقد (۴) و شرایط تعادلی بازار پول (۱۷) در دوره t و t+۱ به دست آورد:

$$\frac{P_{t+1}d_{t+1}}{P_t d_t}=\frac{M_t}{M_{t-1}}=\frac{\bar{M}_t/N_t}{\bar{M}_{t-1}/N_{t-1}}=\frac{1+\lambda_t}{1+n} \qquad (۲۷)$$

بدین ترتیب محدودیت بودجه طول عمر و شرایط مرتبه اول حداکثرسازی عبارت است از:

$$c_t+\frac{d_{t+1}}{\rho_{t+1}}=w_t(1-\tau_t') \qquad (۲۸)$$

$$U_c(c_t,d_{t+1})=\rho_{t+1}U_d(c_t,d_{t+1}) \qquad (۲۹)$$

می‌توان نشان داد اگر همه شرایط تعریف تعادل تأمین شود، محدودیت بودجه دولت [معادله (۱۸)] نتیجه محدودیت منابع اقتصاد [معادله (۲۱)] است. برای دیدن این امر، محدودیت‌های بودجه افراد جوان و مسن را در دوره t درنظر بگیرید:

$$c_t+s_t+\frac{M_t}{P_t}=w_t(1-\tau_t')$$

$$d_t=(1-\tau_t)R_t s_{t-1}+\frac{M_{t-1}}{P_t}$$

هر دو طرف معادلات فوق را به ترتیب در تعداد افراد جوان و مسن در دوره t ضرب

کرده سپس با استفاده از روابط $\bar{M}_t = N_t M_t$، $\bar{M}_{t-1} = N_{t-1} M_{t-1}$، $N_t s_t = K_{t+1} + B_t$ و $N_{t-1} R_t s_{t-1} = R_t (K_t + B_{t-1})$ خواهیم داشت:

$$N_t c_t + K_{t+1} + B_t + \frac{\bar{M}_t}{P_t} = w_t N_t - \tau_t' w_t N_t$$

$$N_{t-1} d_t = R_t B_{t-1} + R_t K_t - \tau_t R_t N_{t-1} s_{t-1} + \frac{\bar{M}_{t-1}}{P_t}$$

با جمع این دو معادله و استفاده از خاصیت $R_t K_t + w_t N_t = F(K_t, N_t)$ می‌توان نوشت:

$$B_t - R_t B_{t-1} + \frac{\lambda \bar{M}_{t-1}}{P_t} + \tau_t' w_t N_t + \tau_t N_{t-1} R_t s_{t-1} - \nu F(K_t, N_t) = (1-\nu) F(K_t, N_t)$$
$$-(N_t c_t + N_{t-1} d_t + K_{t+1})$$

بنابراین در صورت صحت شرط محدودیت منابع (۲۱)، محدودیت بودجه دولت نیز تأمین می‌شود. می‌توان رابطه (۲۱) را بصورت سرانه نوشت:

$$(1-\nu) F(k_t, 1) = c_t + \frac{d_t}{1+n} + (1+n) k_{t+1} \qquad (۳۰)$$

با توجه به مقادیر شروع $k_0 = K_0 / N_0$ و d_0 می‌توان نوشت:

$$d_0 = \frac{(1-\tau_0)}{1-\mu} R_0 s_{-1} = \frac{(1-\tau_0)}{1-\mu} F_K(k_0, 1) s_{-1} \qquad (۳۱)$$

که در اینجا مقدار s_{-1} معین است. نرخ مالیات دوره اول τ_0 نقش مهمی در تعیین d_0 دارد که به تبیین تعادل بین دوره‌ایی کمک می‌کند.

۲-۵. رشد بهینه و سیاست‌های بهینه

۲-۵-۱. رشد بهینه

بنا به تعریف، سیاست بهینه سیاستی است که رشد بهینه (بازتوزیع مطلوب بین‌نسلی منابع) را تمرکززدایی کند. برنامه‌ریز اجتماعی را در نظربگیرید که به دنبال بازتوزیع منابع بین نسل‌هاست. تابع رفاه اجتماعی مشتمل بر مجموع مطلوبیت‌های وزنی نسلی است. وزن نسل متولد در دوره t، δ^t است که $0 < \delta < 1$ بوده و بیانگر عامل تنزیل اجتماعی است. بازتوزیع بهینه بین‌نسلی منابع (رشد بهینه) به

منزله جواب مسئله حداکثرسازی زیر است (میچل، a ۱۹۹۰):

$$\underset{(c_t,d_t,k_{t+1})_{t\geq 0}}{Max} \quad \sum_{t=-1}^{\infty} \delta^t U(c_t, d_{t+1}) \qquad (۳۲)$$

$$(1-\nu)F(k_t,1) = c_t + \frac{d_t}{1+n} + (1+n)k_{t+1} \qquad (۳۳)$$

شرایط لازم و کافی مسئله حداکثرسازی مشتمل بر شرایط مبادله درون نسلی و بین نسلی در هر دوره t است:

$$U_c(c_t, d_{t+1}) = (1-\nu)\, F_K(k_{t+1},1)\, U_d(c_t, d_{t+1}) \qquad (۳۴)$$

$$\delta U_c(c_t, d_{t+1}) = (1+n)\, U_d(c_{t-1}, d_t) \qquad (۳۵)$$

$$(1-\nu)F(k_t,1) = c_t + \frac{d_t}{1+n} + (1+n)k_{t+1} \qquad (۳۶)$$

توجه کنید که $(c_t^*, d_t^*, k_{t+1}^*)$ مسیرهای رشد بهینه هستند. معادله (۳۴) بیانگر مبادله درون نسلی است که مشابه با انتخاب بهینه فردی در معادله (۸) است؛ منتها به‌جای استفاده از بازده ناخالص سرمایه برنامه‌ریز اجتماعی از خالص بهره‌وری نهایی سرمایه $(1-\nu)\, F_K(k_{t+1},1)$ استفاده می‌کند؛ زیرا هر افزایش در تولید سبب افزایش متناظر در مخارج عمومی می‌شود. توجه کنید که مخارج عمومی و تولید کالاهای مکمل هستند. بنابراین، اگر $\nu \neq 0$ باشد ارزش نهایی اجتماعی سرمایه متفاوت از ارزش نهایی اجتماعی بخش خصوصی است.

معادله (۳۵) بیانگر مبادله بین نسلی است. این معادله با مفروض بودن منابع در دسترس در دوره t نشان‌دهنده چگونگی طراحی مصارف افراد مسن و جوان است. معادله (۳۵) را می‌توان چنین تفسیر کرد: فرض کنید که مصرف هر فرد جوان در طول جوانی به میزان یک واحد کاهش یابد. در این صورت مصرف هر فرد مسن به میزان n+۱ افزایش می‌یابد. در حالت بهینه کاهش در مطلوبیت‌های وزنی افراد جوان دقیقاً با کاهش در مطلوبیت‌های وزنی افراد مسن منطبق می‌شود.

به‌طورکلی، راه‌حل بهینه به وضعیت یکنواخت همگرا می‌شود. چنین وضعیت یکنواخت بهینه‌ای با مجموعه معادلات زیر توصیف می‌شود:

$$U_c(c^*, d^*) = (1-\nu)\, F_K(k^*,1)\, U_d(c^*, d^*)$$

$$F_K(k^*,1) = \frac{1+n}{\delta(1-\nu)}$$

$$(1-\nu)F(k^*,1) = c^* + \frac{d^*}{1+n} + (1+n)k^*$$

۲-۵-۲. سیاست‌های بهینه

مسیر رشد بهینه منحصربه‌فرد است؛ زیرا تابع مطلوبیت شبه‌مقعر اکید فرض می‌شود. این امر منجر به تعادل بین دوره‌ای منحصر به فرد می‌شود زیرا همواره می‌توان یک دنباله پارامترهای سیاستی $\{\tau_t, \tau'_t, \lambda_t\}_{t\geq 0}$ را چنان یافت که شرط

$$d_{t+1} \leq (\frac{1+\lambda_t}{1+n})(1-\tau_{t+1}) R_{t+1} d_t \quad and \quad \forall t \geq 0, k_{t+1} > 0$$

را تأمین کند. بنابراین، مسیر رشد بهینه که معرف تعادل بین دوره‌ای با پیش‌بینی کامل است ۳ شرط زیر را تأمین می‌کند:

$$\forall t \geq 0,\ (1-\tau'_t) w_t^* = c_t^* + \frac{d_{t+1}^*}{(1-\nu) R_{t+1}^*} \qquad (۳۷)$$

$$\forall t \geq 1,\ \tau_t \leq \nu \ and\ \frac{(1-\tau_0) R_0^* s_{-1}}{1-\mu} = d_0^* \qquad (۳۸)$$

$$\forall t \geq 0,\ 1+\lambda_t = \frac{(1+n) d_{t+1}^*}{\mu R_{t+1}^* d_t^*} (\frac{1}{1-\nu} - \frac{1-\mu}{1-\tau_{t+1}}) \qquad (۳۹)$$

که در اینجا به ازای هر $t \geq 0$، $w_t^* = F_L(k_t^*, 1)$ و $R_t^* = F_K(k_t^*, 1)$ است.

با توجه به شرایط (۲۹) و (۳۴) می‌توان دریافت که $\rho_{t+1} = (1-\nu) R_{t+1}^*$ است. با معین بودن s_{-1} مقدار اولیه d_t، d_0^* است اگر و فقط اگر شرط دوم رابطه (۳۸) تأمین گردد. بنا به رابطه (۲۶) می‌توان نوشت:

$$\frac{1}{1-\nu} = \frac{1-\mu}{1-\tau_{t+1}} + \mu(\frac{1+\lambda_t}{1+n}) \frac{d_t^*}{d_{t+1}^*} R_{t+1}^* \qquad (۴۰)$$

بنا به تعریف مسیر رشد بهینه محدودیت منابع (۳۰) برقرار می‌گردد و نیز داریم: $\forall t \quad k_{t+1} > 0$. نهایتاً از شرط (۲۷) نتیجه می‌شود:

$$\frac{(1+\lambda_t) R_{t+1}^* d_t^*}{(1+n) d_{t+1}^*} \geq \frac{1}{1-\tau_{t+1}}$$

این رابطه معادل با $\frac{1}{1-\nu} \geq \frac{1}{1-\tau_{t+1}}$ است در نتیجه به ازای جمیع $t \geq 0$ داریم: $\nu \geq \tau_{t+1}$. از همین جا می‌توان به نتایج زیر رسید:

- گرچه در هر دوره t نرخ بهینه مالیات بر دستمزد منحصربه‌فرد است؛ اما یک سلسله مقادیر مالیات بر سرمایه وجود دارد که به انتخاب نرخ رشد پول مرتبط است. مالیات بر سرمایه نمی‌تواند بزرگ‌تر از سهم مخارج عمومی از تولید ν باشد؛ زیرا اگر مثلاً $\nu = 0$ باشد؛ نرخ مالیات τ_t غیرمثبت بوده که مبین سوبسید به پس‌انداز است. درواقع در تعادل، بازده خالص پس‌اندازها باید به اندازه کافی بزرگ باشد تا بر بازده روی دارائی‌های پولی فائق نگردد. چنانکه ملاحظه گردید لحاظ بازدهی $(1-\nu)R^*_{t+1}$ بر روی پس‌اندازهای کل شرایط مذکور را به $\tau_{t+1} \le \nu$ تقلیل می‌دهد.

سایر سیاست‌های بهینه ممکن عبارت است از:

- بدهی دولت این امکان را فراهم می‌سازد که ۳ پارامتر سیاستی مستقل انتخاب شوند. نرخ مالیات بر دستمزد به همراه بدهی عمومی به دولت اجازه اعمال پرداخت‌های بین‌نسلی را می‌دهد. دو ابزار سیاستی دیگر خلق پول و مالیات بر سرمایه هستند که دولت را قادر به اعمال بازده بهینه بر روی پس‌اندازهای کل ($\rho = (1-\nu)F_K$) می‌سازد.

- نرخ تورم مستقیماً بر انتخاب نرخ رشد پول مرتبط است که الزاماً به معنای کاربست قاعده فریدمن نیست. به منظور تحقق قاعده فریدمن دولت ناگزیر است بازده روی پول را با بازده روی دارایی‌های واقعی مساوی قرار دهد.

$$(1-\tau_{t+1})\,R^*_{t+1} = \frac{P_t}{P_{t+1}}$$

بنا به رابطه $\frac{1}{\rho_{t+1}} = \frac{1-\mu}{(1-\tau_{t+1})\,R_{t+1}} + \frac{\mu P_{t+1}}{P_t}$ داریم: $\rho_{t+1} = (1-\tau_{t+1})R^*_{t+1}$ و بنا به رابطه $\rho_{t+1} = (1-\nu)R^*_{t+1}$ نتیجه می‌شود: $\forall t \ge 0 \quad \nu = \tau_{t+1}$. در این‌صورت معادله (۳۹) دلالت دارد بر:

$$1+\lambda_t = \frac{(1+n)d^*_{t+1}}{(1-\nu)R^*_{t+1}d^*_t} \qquad (۴۱)$$

در بلندمدت در وضعیت یکنواخت نرخ بهره ناخالص بوسیله قاعده طلایی تعدیل شده مشخص می‌شود:

$$R^* = \frac{(1+n)}{(1-\nu)\delta} \qquad (۴۲)$$

از این‌رو، بدیهی است که

$$1+\lambda = \delta \qquad (۴۳)$$

بنابراین، قاعده فریدمن می‌گوید که در بلندمدت، نرخ رشد بهینه پول برابر با عامل تنزیل منهای یک است. این بدان معناست که وقتی $\delta < 1$ باشد نرخ رشد پول منفی بوده و بایستی دولت بخشی از حجم پول را تخریب کند.

حال سیاست دیگری را در نظر بگیرید که بیانگر نرخ تورم صفر است. در این صورت در هر دوره، $P_t = P_{t+1}$ است. از این‌رو، از معادله (۲۷) می‌توان نوشت:

$$1+\lambda = (1+n)\frac{d^*_{t+1}}{d^*_t} \qquad (۴۴)$$

با استفاده از رابطه (۳۹) و جایگذاری از رابطه (۴۴) خواهیم داشت:

$$\frac{1-\mu}{1-\tau_{t+1}} = \frac{1}{1-\nu} - \mu R^*_{t+1} \qquad (۴۵)$$

در بلندمدت با قاعده طلایی تعدیل شده نتیجه می‌شود:

$$\frac{(1-\mu)(1-\nu)}{1-\tau} = 1 - \frac{\mu(1+n)}{\delta} \qquad (۴۶)$$

از آنجا که $n \geq 0$ است؛ لذا شرط $\nu \geq \tau$ بر شرط $1+n \geq \delta$ دلالت دارد. توجه کنید که اگر بازدهی واقعی روی پول مساوی یک باشد (حالت بدون تورم) بازده روی پس‌انداز کل (یعنی ρ_{t+1}) عبارت است از:

$$\frac{1}{\rho_{t+1}} = \frac{1-\mu}{(1-\tau_{t+1})R^*_{t+1}} + \mu \qquad (۴۷)$$

بنابراین از معادله (۴۵) می‌توان دریافت که

$$\frac{1-\mu}{(1-\tau_{t+1})R^*_{t+1}} + \mu = \frac{1}{(1-\nu)R^*_{t+1}}$$

با مقایسه رابطه فوق و رابطه (۴۷) به شرط بهینگی $\rho_{t+1} = (1-\nu)R^*_{t+1}$ خواهیم رسید.

- نرخ بهینه مالیات بر دستمزد منحصربه‌فرد است و در بلندمدت می‌توان گفت:

$$(1-\tau')w^* = c^* + \frac{d^*}{(1-\nu)R^*} = c^* + \frac{\delta d^*}{1+n} \qquad (۴۸)$$

از محدودیت منابع داریم:

$$c^* + \frac{d^*}{1+n} = (1-\nu)F(k^*,1) - (1+n)k^* \qquad (۴۹)$$

همچنین می‌دانیم که

$$F(k^*,1) = R^* k^* + w^* = \frac{1+n}{\delta(1-\nu)} k^* + w^* \qquad (۵۰)$$

در نتیجه

$$c^* + \frac{d^*}{1+n} = (1-\nu)w^* + (1+n)(\frac{1}{\delta} - 1)k^* \qquad (۵۱)$$

در حد وقتی که δ به یک میل می‌کند از معادله (۵۱) خواهیم داشت:

$$c^* + \frac{d^*}{1+n} = (1-\nu)w^* \qquad (۵۲)$$

همچنین وقتی که $\delta \to 1$ از معادله (۴۸) نتیجه می‌شود:

$$c^* + \frac{d^*}{1+n} = (1-\tau')w^* \qquad (۵۳)$$

از مقایسه معادلات (۵۲) و (۵۳) می‌توان دریافت که $\tau' = \nu$ است. به‌عبارت دیگر، اگر δ به یک میل کند؛ نرخ بهینه مالیات بر دستمزد مساوی با ν است. همچنین، برای τ_s می‌توان یک کران فوقانی تعیین کرد؛ از این‌رو، به ازای $\delta < 1$ داریم: $\tau' < 1 - \delta(1-\nu)$.

- سطح بهینه بدهی را می‌توان با انتخاب نرخ بهینه مالیات بر سرمایه (τ_{t+1}) تعیین کرد. در واقع در یک تعادل بین دوره‌ای سطح بهینه پس‌انداز واقعی s_t عبارت است از:

$$s_t = \frac{(1-\mu)d^*_{t+1}}{(1-\tau_{t+1})R^*_{t+1}} \qquad (۵۴)$$

در نتیجه، سطح بهینه بدهی را می‌توان به صورت زیر به دست آورد:

$$b_t = s_t - (1+n)k^*_{t+1} = \frac{(1-\mu)d^*_{t+1}}{(1-\tau_{t+1})R^*_{t+1}} - (1+n)k^*_{t+1} \qquad (۵۵)$$

چنانکه ملاحظه می‌گردد b_t تابعی فزاینده از τ_{t+1} است. هر چه نرخ مالیات بر سرمایه بزرگ‌تر باشد به پس‌انداز بیشتری برای تأمین مالی مصرف افراد مسن نیاز است. با معین بودن مقادیر بهینه سرمایه، افزایش در مقادیر پس‌انداز منجر به افزایش بدهی عمومی می‌شود. در عین حال، با توجه به کران فوقانی ν بر روی τ_{t+1}، کران فوقانی روی بدهی عمومی عبارت است از:

$$b_t \le \frac{(1-\mu)d^*_{t+1}}{(1-\nu)R^*_{t+1}} - (1+n)k^*_{t+1} \qquad (۵۶)$$

بدهی بهینه (که می‌تواند منفی نیز باشد) با ترجیح زمانی مصرف‌کنندگان مرتبط است. در واقع وقتی که ترجیح زمانی مصرف‌کنندگان بالاست، پس‌اندازهای واقعی پایین بوده و، در نتیجه، دولت به

منظور حصول موجودی سرمایه بهینه، می‌تواند دارایی‌های خصوصی، نظیر سرمایه‌گذاری در بنگاه‌ها، نگاه دارد که سبب منفی شدن بدهی عمومی می‌گردد. در مقابل اگر ترجیح زمانی پایین باشد، پس‌-اندازهای واقعی خیلی بالا بوده و بدهی عمومی مقدار مثبتی خواهد بود.

۳. کالیبره کردن الگوی تدوین شده

در کالیبره‌کردن الگوهای بهینه‌یابی، مقدار عددی پارامترها به‌صورت داده شده و برون‌زا وارد الگو می‌-شود و هدف محقق به‌دست آوردن مسیر بهینه متغیرهاست. معمولاً روش کار در کالیبره سازی بدین صورت است که، ابتدا پارامترهای الگو به‌صورت داده شده وارد الگو می‌شوند اما در تخمین الگوهای اقتصادسنجی با استفاده از اطلاعات آماری متغیرها به برآورد پارامترهای الگو پرداخته می‌شود. از متغیرهای الگو به‌عنوان مقادیر برون‌زا و داده شده برای برآورد پارامترهای الگو استفاده می‌شود.

هرچند نحوه کالیبره کردن الگوهای خرد و کلان اقتصادی اندکی با هم تفاوت دارند اما در ادبیات اقتصادی چند عمل ساده برای انجام آن لازم است. « انتخاب الگو»، «مشخص نمودن هدف کالیبره کردن (چه چیزی کالیبره شود و با چه هدفی)»، «انتخاب شکل تبعی توابع» و، در نهایت «استفاده از پارامترهای تخمین‌زده شده توسط دیگران یا خود محقق» به‌ترتیب ۴ مرحله انجام یک تمرین کالیبره کردن در الگوهای اقتصادی‌اند (داوکینز و همکاران[1]، ۲۰۰۱). برای کالیبره کردن مدل، علاوه بر مقادیر پارامترهای مطالعات انجام شده، از مقادیر شروع متغیرها در سال ۱۳۹۲ش استفاده گردید. پارامترهای مورد نیاز عبارتند از: نرخ تنزیل اجتماعی (δ)، نرخ رشد نیروی‌کار (n)، سهم مخارج مصرفی افراد مسن از حجم کل اسمی پول (μ)، سهم سرمایه در تولید (α) و سهم مخارج دولت از تولید ناخالص داخلی (ν). پارامترهای مورد استفاده و نحوه کالیبره کردن آنها در جدول زیر آورده شده است:

جدول ۱. پارامترهای کالیبره شده

نام پارامتر	علامت اختصاری	معیار کالیبره کردن	مقدار عددی
نرخ تنزیل اجتماعی	δ	مطالعه عبدلی	۰/۰۷۲
نرخ رشد نیروی‌کار	n	مطالعه دین‌محمدی	۰/۰۳
سهم مخارج مصرفی افراد مسن از حجم کل اسمی پول		مطالعه دشتبان	۰/۰۳

1. Dawkins & et. Al.

سهم سرمایه در تولید		مطالعه دشتبان	۰/۶
نسبت مخارج دولت به تولید ناخالص داخلی سال ۹۲	ν	بانک جهانی	۰/۱۶
نرخ رجحان زمانی	θ	مطالعه دین‌محمدی	۰/۰۱

مأخذ: محاسبات تحقیق

با توجه به نتایج اثبات شده، جدول (۲) نتایج حاصل از کالیبره کردن الگو را برای اقتصاد ایران با استفاده از پارامترهای مندرج در جدول (۱) نشان می‌دهد.

جدول۲. نتایج حاصل از کالیبراسیون

متغیر	نرخ بازده ناخالص روی پس‌انداز کل (ρ) در وضعیت یکنواخت	نرخ رشد بهینه پول (λ) در صورت تحقق قاعده فریدمن	نرخ مالیات بر دستمزد (τ') درصورت $\delta \to 1$	کران بالایی نرخ مالیات بر دستمزد (τ') وقتی که $\delta < 1$ است	نرخ مالیات بر سرمایه (τ) در صورت تحقق قاعده فریدمن
مقدار	۱۴/۳	-۰/۹۲۸	۰/۱۶	۰/۹۴	۰/۱۶

مأخذ: محاسبات تحقیق

برای تعیین سطح بهینه بدهی لازم است سطح بهینه سرمایه در وضعیت یکنواخت مشخص شود. برای این منظور ناگزیریم ابتدا فرم توابع مطلوبیت و تولید را معین، مقادیر بهینه متغیرهای مربوطه نظیر مصرف دوران پیری را محاسبه و سپس به کالیبره کردن مدل اقدام کرد. فرم توابع به همراه متغیرهای مذکور در جدول زیر آورده شده است:

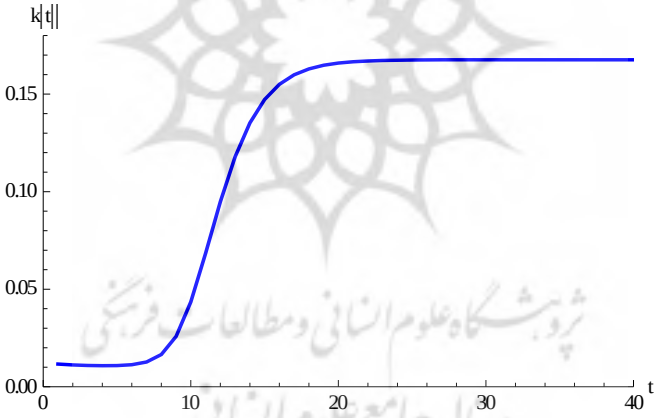
جدول۳. تصریح فرم توابع مربوطه

توابع	
تابع مطلوبیت	$U_t = Ln\ c_t + \frac{1}{1+\theta} Ln\, d_{t+1}$
تابع تولید	$Y_t = K_t^{\alpha} L_t^{1-\alpha}$
نرخ دستمزد و نرخ بازده ناخالص سرمایه	$w_t = (1-\alpha) k_t^{\alpha}\ ,\quad R_t = \alpha k_t^{\alpha-1}$
مصرف دوران جوانی	$c_t = (\frac{1+\theta}{2+\theta})\, w_t\, (1-\tau_t')$
مصرف دوران پیری	$d_{t+1} = (\frac{\rho_{t+1}}{2+\theta})\, w_t\, (1-\tau_t')$

تابع پس‌انداز	$s_t = \frac{(1-\tau'_t)(1-\mu)\rho_{t+1}}{(1-\tau_{t+1})(2+\theta)R_{t+1}} w_t$
بدهی سرانه	$b_t = \frac{R_t b_{t-1}}{1+n} + \nu y_t - \tau'_t w_t - [\frac{\tau_t R_t s_{t-1} + \lambda\mu d_t}{(1+n)}]$
موجودی سرمایه سرانه	$k_{t+1} = \frac{1}{1+n}(s_t - b_t)$

مأخذ: محاسبات تحقیق

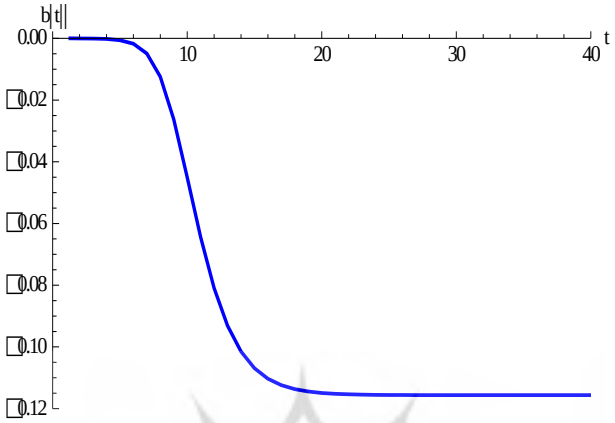
با معین بودن دنباله پارامترهای سیاستی $\{\tau_t, \tau'_t, \lambda_t\}_{t\geq 0}$ نتایج حاصل از شبیه‌سازی مدل برای موجودی سرمایه و سطح بدهی به‌صورت زیر است:



نمودار ۱. مسیر بهینه موجودی سرمایه سرانه

مأخذ: محاسبات تحقیق

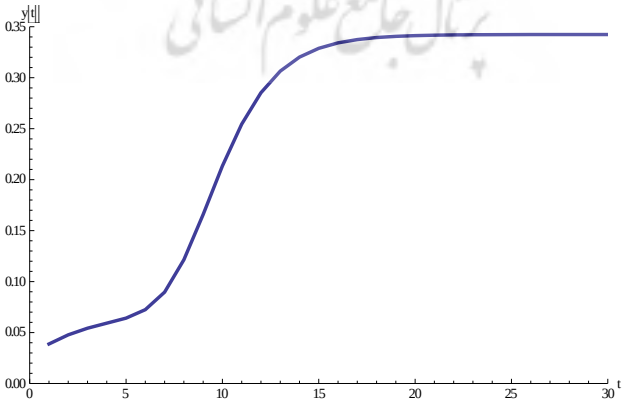
نمودار (۱) نشان‌دهنده مسیر بهینه موجودی سرمایه سرانه است. چنانکه ملاحظه می‌شود، پیش‌بینی الگو حاکی از آن است که موجودی سرمایه سرانه پس از طی یک مسیر اولیه نسبتاً ثابت از یک روند صعودی برخوردار است به‌طوری‌که با گذشت تقریباً ۳۰ دوره به وضعیت یکنواخت می‌رسد. مقایسه وضعیت جاری و وضعیت یکنواخت موجودی سرمایه سرانه حکایت از افزایش ۸ درصدی موجودی سرمایه سرانه در وضعیت یکنواخت دارد.



نمودار ۲. مسیر بهینه بدهی سرانه

مأخذ: محاسبات تحقیق

نمودار (۲) نشان‌دهنده مسیر بهینه بدهی سرانه است. پیش‌بینی الگو حاکی از آن است که بدهی سرانه به لحاظ قدرمطلق از یک روند افزایشی برخوردار است، به‌طوری‌که با گذشت تقریباً ۳۰ دوره به وضعیت یکنواخت می‌رسد. مقایسه وضعیت جاری و وضعیت یکنواخت بدهی سرانه حکایت از افزایش ۳۲ درصدی بدهی سرانه در وضعیت یکنواخت دارد. توجه کنید که منفی شدن بدهی عمومی دلالت بر بالا بودن ترجیح زمانی مصرف‌کنندگان به مصرف حال دارد.



نمودار ۳. مسیر بهینه رشد اقتصادی

مأخذ: محاسبات تحقیق

همچنین، می‌توان مسیر بهینه رشد اقتصادی را در نمودار (۳) ملاحظه کرد. پیش‌بینی الگو حاکی از آن است که اقتصاد با گذشت تقریباً ۳۰ دوره به وضعیت یکنواخت می‌رسد. مقایسه وضعیت جاری و وضعیت یکنواخت حکایت از افزایش ۷ درصدی رشد اقتصادی را دارد.

۴. نتیجه‌گیری

پس از گذشت نیم قرن جدال نظری و تجربی درخصوص کارایی و ناکارایی سیاست‌های پولی و مالی، امروزه هدایت و کنترل بهینه سیستم اقتصادی به سمت اهداف مطلوب، از جمله وظایف سیاستگذاران پولی و مالی تلقی می‌شود. یک قاعده سیاستی بیان می‌کند که ابزارهای سیاستی چگونه باید به تغییرات در وضعیت اقتصاد واکنش نشان دهند. اما شواهد تجربی نشان می‌دهد که استفاده از سیاست پولی بهینه، بدون توجه به سیاست مالی، در بین سیاستگذاران بیشتر مورد توجه بوده است، در حالی‌که تثبیت‌کننده‌های مالی نقش مهمی در هموارسازی اثرات سیکل‌های تجاری می‌تواند داشته باشد. این موضوع در کشورهایی که بانک مرکزی از استقلال کمتری برخوردارند، پر رنگ‌تر است. در اغلب کشورها، سیاست پولی بیشتر از یک ابزار در اختیار دولت نیست. بسیاری از کشورها نظیر ایالت متحده، آلمان، فرانسه و اتحادیه اروپا به منظور کنترل تورم و اهداف مدنظر بر استقلال بانک مرکزی متمرکزند. لذا با توجه به ارتباط تنگاتنگ مقامات پولی و مالی و، به‌ویژه، تأثیرپذیری سیاستگذاران پولی از مقامات مالی در ایران، بررسی سیاست‌های اقتصادی در ظرف قواعد سیاست پولی و مالی در کنار یکدیگر حائز اهمیت است.

در مقاله حاضر به کمک یک تعادل بین‌دوره‌ای، سیاست‌های پولی و مالی بهینه را در چارچوب یک مدل نسل‌های همپوشان با محدودیت پیشاپیش نقد بررسی کردیم. امکان تمرکززدایی مسیر رشد بهینه با استفاده از ۴ ابزار سیاستی، مالیات بر دستمزد، مالیات بر سرمایه، بدهی عمومی و خلق پول تجزیه وتحلیل شد. ملاحظه گردید که تمرکززدایی مسیر رشد بهینه الزاماً منوط به پیروی از قاعده فریدمن نیست، بلکه فقط مستلزم برقراری تساوی بین بازده روی پس‌انداز کل با ارزش نهایی اجتماعی سرمایه است. در عین حال، از ۴ ابزار تمرکززدایی مسیر رشد بهینه، مالیات بر دستمزد به طور منحصر به فردی تعیین می‌شود. نتایج نشان می‌دهد که گرچه نرخ مالیات بر سرمایه همواره کوچک‌تر از سهم مخارج دولت از تولید است؛ اما در حالت خاص قاعده فریدمن این دو نرخ با یکدیگر مساوی می‌شوند. نتایج مؤید آن است که در صورتی که دولت به یک اندازه مراقب همه نسل‌ها باشد؛ نرخ مالیات بر دستمزد

همان سهم مخارج دولت از تولید است. از طرف دیگر، چنانکه ملاحظه گردید، بدهی بهینه با ترجیح زمانی مصرف‌کنندگان مرتبط است. در واقع، وقتی که ترجیح زمانی مصرف‌کنندگان بالاست، پس‌اندازهای واقعی پایین بوده و دولت به منظور حصول موجودی سرمایه بهینه، می‌تواند دارایی‌های خصوصی نگاه دارد که سبب منفی شدن بدهی عمومی می‌گردد. نتایج حاصل از کالیبره کردن مدل برای اقتصاد ایران نیز نشان می‌دهد که تقریباً ۳۰ دوره طول می‌کشد که اقتصاد به وضعیت یکنواخت برسد؛ منتها مقایسه وضعیت جاری و وضعیت یکنواخت حکایت از افزایش ۸ درصدی و ۳۲ درصدی در موجودی سرمایه سرانه و بدهی عمومی سرانه در وضعیت یکنواخت دارد. منفی بودن بدهی بهینه نیز بر بالا بودن ترجیح زمانی مصرف‌کنندگان و در نتیجه پایین بودن پس‌اندازهای واقعی آنها دلالت دارد.

منابع

بانک مرکزی جمهوری اسلامی ایران. نماگرهای اقتصادی. اداره بررسی‌های اقتصادی. سال‌های مختلف.

بلانچارد، اولیویرجین و فیشر، استنلی (۱۳۷۶). *درس‌هایی در اقتصاد کلان*. ترجمهٔ ختائی، محمود و محمدی، تیمور. انتشارات سازمان برنامه و بودجه. جلد اول. تهران.

جعفری صمیمی، احمد و طهرانچیان، امیرمنصور (۱۳۸۳). "بررسی اثرات سیاست‌های پولی و مالی بهینه بر شاخص‌های عمده اقتصاد کلان در ایران: کاربردی از نظریه کنترل بهینه". *مجله تحقیقات اقتصادی*. شماره ۶۵. ص ۲۴۲-۲۱۳.

خلیلی عراقی، منصور؛ شکوری، حامد و زنگنه، محمد (۱۳۸۸). "تعیین قاعده بهینه سیاست پولی در اقتصاد ایران با استفاده از تئوری کنترل بهینه". *مجله تحقیقات اقتصادی*. شماره ۸۸. ص ۹۴-۶۹.

دشتبان فاروجی، مجید؛ صمدی، سعید؛ دلالی اصفهانی، رحیم؛ فخار، مجید و عبداله میلانی، مهنوش (۱۳۸۹). "شبیه‌سازی یک الگوی نسل‌های همپوشان ۵۵ دوره‌ای با رویکرد بهسازی نظام بازنشستگی ایران". *تحقیقات مدل‌سازی اقتصادی*. شماره ۲. ص ۲۰۳-۱۷۳.

دشتبان فاروجی، مجید (۱۳۹۰). *بهسازی نظام بازنشستگی و اثرات آن بر انباشت سرمایه و توزیع درآمد در ایران: کاربرد الگوی نسل‌های همپوشان*. رساله دکتری. دانشکده علوم اداری و اقتصاد. دانشگاه اصفهان.

دین محمدی، مصطفی (۱۳۸۷). *ارائه الگویی برای تخصیص بهینه منابع گاز طبیعی ایران*. رساله دکتری. دانشکده علوم اداری و اقتصاد. دانشگاه اصفهان.

عبدلی، قهرمان (۱۳۸۸). "تخمین نرخ تنزیل اجتماعی برای ایران". *پژوهشنامه اقتصادی*. شماره ۳. ص ۱۵۶-۱۳۵.

فرازمند، حسن؛ قربان‌نژاد، مجتبی و پورجوان، عبداله (۱۳۹۲). "تعیین قواعد سیاست پولی و مالی بهینه در اقتصاد ایران". *فصلنامه پژوهش‌ها و سیاست‌های اقتصادی*. شماره ۶۱. ص ۸۸-۶۹.

Abel, A. B. (1987). "Optimal money growth". *Journal of Monetary Economics*. No. 19. Pp. 437–450.

Bhattarai, Saroj & Konstantin Egorov (2016). "Optimal Monetary and Fiscal Policy at the Zero Lower Bound in a Small Open Economy". *Working Paper*. No. 260. January.

Barro, R. J. & David B. Gordon (1983). " Rules, discretion, and reputation in a model of monetary policy". *Journal of Monetary Economics*. 12. Pp. 101-121.

Canzoneri, Matthew, Robert Cumby & Behzad Diba (2011). "The Interaction Between Monetary and Fiscal Policy". In Benjamin M. Friedman, and Michael Woodford, editors: *Handbook of Monetary Economics*. Vol. 3B. The Netherlands: North-Holland. Pp. 935-999.

Correia, Isabel, Juan Pablo Nicolini & Pedro Teles (2003). "Optimal Fiscal and Monetary Policy: Equivalence Results". *Working Paper 3-03*. February.

Croix, David DE LA. and Michel, philippe (2004). *A Theory of Economic Growth: Dynamic and Policy in Overlapping Generations*. Cambridge University Press.

Dawkins, C.; T. N. Srinivasan, & J. Whalley (2001). "Calibration". *Handbook of Econometrics*. Vol. 5. PP. 3653-3703.

Ferrero, Andrea (2009). "Fiscal and monetary rules for a currency union". *Journal of International Economics*. Vol 77. Pp. 1–10.

Gale, D. (1983). *Money: In Desequilibrium*. Cambridge: Cambridge University Press (The Cambridge Economic Handbooks).

Glain, P. (2007). *The Optimal Monetary Ploicy Rule for the European Central Bank; Department of Economics*. University of Pisa.

Guender, Alfred V. (2003). "Optimal discretionary monetary policy in the open economy: Choosing between CPI and domestic inflation as target variables". *Research Discussion*. Papers 12/2003 Bank of Finland.

Huixin Bi & Michael Kumhof (2011). " Jointly optimal monetary and fiscal policy rules under liquidity constraints". *Journal of Macroeconomics 33*. Pp. 373-389.

Jondeau, Eric & Hervé, Le Bihan (2002). "Evaluating Monetary Policy Rules in Estimated Forward-Looking Models: A Comparison of US and German Monetary Policies". *The Econometrics of Policy Evalution*. Pp. 357-388.

Mattesini, F. & S. Nistico (2010). "Trend Growth and Optimal Monetary Policy". *Journal of Macroeconomics.* Elsevier 32. Pp. 797-815.

Michel, Philippe (1990a). "Some clarifications on the transversality conditions". *Econometrica*.58 (3). Pp. 705-723.

Peterson, D. & E. Lerner (1971). "Optimal and Monetary Policy". *International Economic Review*. 12. PP. 186-208.

Sargent, T. J. (1987). *Dynamic Macroeconomic Theory*. Cambridge: Harvard University Press.

Schmitt-Grohe, Stephanie and Martin Uribe (2004). "Optimal fiscal andmonetary policy under sticky prices". *Journal of Economic Theory*. 114. Pp. 198-230.

Siu, Henry, E. (2004). "Optimal Fiscal and Monetary Policy with Sticky Prices". *Journal of Monetary Economics*. 51. Pp. 575-607.
Weiss, L. (1980). "The effects of money supply on economic welfare in the steady state". *Econometrica*. 48. Pp. 565-576.
Yakita, A. (1989). "The optimal rate of inflation and taxation". *Journal of Public Economics*. 38. Pp. 369-386.

پژوهشگاه علوم انسانی و مطالعات فرهنگی
پرتال جامع علوم انسانی